

На правах рукописи

Ватаева Елизавета Юрьевна

**ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ НЕЛИНЕЙНЫХ САУ
ПРИ ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ АППРОКСИМАЦИИ ХАРАКТЕРИСТИК**

2.3.1. Системный анализ, управление и обработка информации, статистика

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Санкт-Петербург – 2024

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения» на кафедре управления в технических системах.

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор
Шишлаков Владислав Федорович

Официальные оппоненты: **Колюбин Сергей Алексеевич**,
доктор технических наук, доцент,
Национальный исследовательский университет
ИТМО, факультет систем управления и робототехники,
профессор

Новожилов Игорь Михайлович,
кандидат технических наук, доцент,
Санкт-Петербургский государственный
электротехнический университет «ЛЭТИ»
им. В.И. Ульянова (Ленина), кафедра автоматике и
процессов управления, доцент кафедры

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение
науки Институт проблем машиноведения Российской
академии наук,
г. Санкт - Петербург

Защита состоится 03 июля 2024 года в 16.00 на заседании объединенного диссертационного совета 99.2.038.03, созданного на базе Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова», Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения», Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича» по адресу: Санкт-Петербург, пр. Большевиков, д. 22, корп. 1, ауд. 554/1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке СПбГУТ по адресу Санкт-Петербург, пр. Большевиков, д. 22, корп. 1 и на сайте www.sut.ru.

Автореферат разослан 03 мая 2024 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета 99.2.038.03,
канд. техн. наук, доцент

А.Г. Владыко

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Активное технологическое развитие и усовершенствование технологий в различных областях промышленности подразумевает использование нелинейных непрерывных, дискретно-непрерывных и импульсных систем автоматического управления (САУ), динамика которых описывается дифференциальными уравнениями высокого порядка.

Как известно, в классической теории управления одно из основных положений – известная и адекватно описывающая математическая модель поведение исследуемого объекта. В нелинейной теории решения задачи синтеза, часто приходится сталкиваться с неопределенностью задания модели объекта, в частности, с неточностью знания ее параметров.

При разработке математической модели объекта управления, необходимо сохранять степень адекватности, а это связано, для нелинейных САУ в том числе, с принятым способом аппроксимации нелинейности. Самым распространенным методом аппроксимации нелинейных характеристик является кусочно - линейная аппроксимация, суть которой заключается в замене нелинейной характеристики отрезками прямых, которые позволяют перейти от нелинейного дифференциального уравнения к нескольким линейным с различными значениями входящих в них коэффициентов, однако при этом требуется учет краевых условий при переходе с одного линейного участка на другой.

Интегральную и предельную аппроксимацию, как показывает практика, целесообразнее использовать, если реальная нелинейная характеристика имеет разрывы.

В работе предлагается использовать полиномиальную аппроксимацию, что позволит модифицировать обобщенный метод Галеркина и распространить обобщенный метод Галеркина на новый класс аппроксимирующих нелинейных характеристик функций, что позволит расширить возможности данного метода синтеза параметров систем управления различных классов.

Степень разработанности темы. Как известно, из-за недостаточно развитой теоретической базы, эффективность применения технических решений часто не достигает ожидаемого уровня. Именно такая тенденция наблюдается в области синтеза современных нелинейных систем автоматического управления как непрерывных, так и импульсных. Именно такие системы управления нашли свое применения в различных отраслях промышленности. Данная проблема включает в себя как структурный, так и параметрический синтез критериев качества. Под критериями качества принято понимать: устойчивость, перерегулирование, время переходного процесс, точность, быстродействие и т.п. Среди специалистов, внесших

большой вклад в развитие теории нелинейных непрерывных и импульсных САУ, можно отметить А.М. Ляпунова, В.М. Попова, А.А. Воронова, Н.Н. Красовского, Е.С. Пятницкого, Я.З. Цыпкина, Е.И. Джури, В.А. Якубовича, А.Х. Гелига, А.П. Молчанова, В.В. Солодовникова и многих других.

В последнее время наблюдается активный интерес в изучении методов синтеза нелинейных САУ, поскольку не существует методов, которые бы позволяли решать такую задачу с единых математических, методологических и алгоритмических позиций. Среди авторов, чьи работы внесли значительный вклад в изучение задачи синтеза нелинейных САУ, можно отметить И.А. Огурка, Л.А. Осипова, В.Ф. Шишлакова, В.В. Григорьева, А.А. Бобцова, А.А. Пыркина, В.О. Никифорова и многих других.

Объектом исследования являются нелинейные системы автоматического управления. **Предметом исследования** является параметрический синтез операторов управления нелинейных непрерывных и нелинейных импульсных САУ.

Целью диссертационной работы является повышение точности аппроксимации нелинейных характеристик элементов при решении задачи синтеза параметров непрерывных и импульсных САУ за счет расширения возможностей математического аппарата обобщенного метода Галеркина.

Для достижения поставленной цели в диссертационной работе были решены следующие задачи:

1. обзор известных методов и решения задачи синтеза нелинейных САУ как непрерывных, так и импульсных;
2. разработка алгоритма решения задачи синтеза параметров непрерывных САУ при аппроксимации характеристик нелинейных элементов с помощью полинома;
3. разработка алгоритма решения задачи синтеза параметров импульсных САУ при аппроксимации характеристик нелинейных элементов с помощью полинома;
4. решение тестовых примеров и прикладных задач, поскольку разрабатываемый алгоритм позволяет приближенно обеспечивать в системе заданные показатели качества.

Научная задача, решаемая в работе, состоит в разработке алгоритма синтеза нелинейных непрерывных и нелинейных импульсных САУ на основе модификации обобщенного метода Галеркина.

Научная новизна результатов работы:

– обобщённый метод Галеркина распространён на новый класс аппроксимирующих функций, а именно, полиномиальную аппроксимацию при решении задачи синтеза операторов управления непрерывных нелинейных САУ;

– обобщённый метод Галеркина распространён на новый класс аппроксимирующих функций, а именно, полиномиальную аппроксимацию при решении задачи синтеза операторов управления импульсных нелинейных САУ;

– разработан алгоритм решения задачи синтеза непрерывных и импульсных САУ при полиномиальной аппроксимации нелинейных характеристик.

Теоретическая значимость работы заключается в том, что получены рекуррентные аналитические соотношения для вычисления интегралов Галеркина целевых функций при решении задачи синтеза нелинейных непрерывных и нелинейных импульсных САУ.

Практическая значимость работы состоит в том, что модификация метода Галеркина позволяет реализовать алгоритм синтеза параметров регуляторов непрерывных и импульсных САУ при полиномиальной аппроксимации характеристик нелинейных элементов, обеспечивающих заданные показатели качества работы системы в динамическом режиме

Внедрения результатов диссертационной работы осуществлено в ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения». Внедрение результатов диссертации подтверждено актом.

Методы исследования. При решении поставленных задач в работе использовались основные положения теории автоматического управления, интегро-дифференциальное исчисление, применительно к обобщенным функциям, теория рядов, а также методы математического и компьютерного моделирования.

Положения диссертационной работы, выносимые на защиту

1. Модификация обобщенного метода Галеркина для решения задачи синтеза параметров операторов управления непрерывных САУ при аппроксимации нелинейных характеристик полиномиально.

2. Модификация обобщенного метода Галеркина для решения задачи синтеза параметров операторов управления импульсных САУ при аппроксимации нелинейных характеристик полиномиально.

3. Результаты практического применения модифицированного обобщенного метода Галеркина для синтеза непрерывных и импульсных САУ при полиномиальной аппроксимации нелинейных характеристик.

Достоверность полученных результатов подтверждена результатами моделирования и аналитических расчётов. Результаты, полученные в ходе выполнения исследования, не противоречат ранее полученным данным, опубликованным в открытых источниках.

Апробация работы. Основные этапы диссертационной работы были представлены на Международной конференции по электромеханике и робототехнике

«Завалишинские чтения» (Санкт-Петербург, 2018–2023), на Международной научной конференции «Волновая электроника и инфокоммуникационные системы» (WECONF, 2019–2023), на III Всероссийской научной практической конференции (Череповец, 2017), на Международной научно-практической конференции (Барнаул, 2017, 2019), международном форуме «Математические методы и модели в высокотехнологичном производстве» (Санкт-Петербург, 2021–2023) На основе диссертационного исследования был представлен проект «Синтез параметров и моделирование динамики нелинейных систем автоматического управления» на Всероссийском инженерном конкурсе (ВИК-2019), который занял третье место. В 2019 году работа «Hybrid stand for modeling extreme control systems» в XV Европейском конкурсе студенческих научных работ ISA (ESPC-2019) получила золотую медаль. В XVI Европейском конкурсе студенческих научных работ ISA (ESPC-2020) работа «Training complex for modeling nonlinear automatic control systems» получила серебряную медаль. В 2019 году проект «Моделирование динамики работы системы экстремального регулирования с запоминанием экстремума» был представлен на X Всероссийском межотраслевом молодежном конкурсе научно – технических работ и проектов «Молодежь и будущее авиации и космонавтики», где был отмечен почетной грамотой Ракетно – Космической корпорации «Энергия» имени С.П. Королёва. Также отдельные этапы работы нашли свое применение в государственных заданиях С-15 «Научные основы построения архитектур и систем связи бортовых информационно – вычислительных комплексов нового поколения для авиационных и беспилотных транспортных средств» в подтеме «Разработка и исследование киберфизических систем управления и диагностики электротехнических и электромеханических комплексов» и С – 16 «Фундаментальные основы построения помехозащищенных систем космической и спутниковой связи, относительной навигации, технического зрения и аэрокосмического мониторинга».

Публикации. Основное содержание диссертационной работы опубликовано в 49 печатных работах, в том числе 8 работ по искомой специальности в изданиях, рекомендованных ВАК РФ, 5 публикаций в журналах, рецензируемых SCOPUS, 2 отчета о НИР и 34 работы в других изданиях и материалах конференций.

Личный вклад автора. В работе предлагается использовать модифицированный обобщенный метод Галеркина для решения задачи синтеза параметров оператора управления нелинейных непрерывных и нелинейных импульсных САУ при аппроксимации нелинейных характеристик полиномиально, получены рекуррентные аналитические соотношения интегралов Галеркина как для нелинейных непрерывных, так и для нелинейных импульсных САУ. Все научные результаты получены соискателем лично.

Соответствие диссертации паспорту научной специальности.

Диссертационная работа соответствует пунктам 3 и 7 паспорта научной специальности 2.3.1. Системный анализ, управление и обработка информации, статистика. Проведенные исследования соответствуют формуле специальности.

Объем и структура работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырёх глав с выводами, заключения, списка литературы и приложения. Общий объём диссертации 187 страниц, включая 123 страницы основного текста, 57 рисунков, 7 таблиц, список литературы состоит из 116 наименований.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В первой главе представлен обзор методов синтеза нелинейных САУ различных классов, дается анализ их достоинств и недостатков, учитывающий порядок дифференциального уравнения, вид и способ аппроксимации нелинейных характеристик. Исходя из обзора сформулирована цель и задачи диссертационной работы, которые заключаются в распространении известного обобщенного метода Галеркина на новый вид аппроксимирующих нелинейные характеристики функций.

Общая схема обобщенного метода Галекркина заключается в том, что осуществляется алгебраизация решения поставленной задачи путем получения рекуррентных аналитических выражений, определяющих интегралы Галеркина при полиномиальной аппроксимации.

При этом задача решается при ограничениях на искомые параметры оператор управления

$$c_k^- \leq c_k \leq c_k^+, \quad k = 1, 2, \dots, K, m, \quad (1)$$

где c_k^+ – максимально допустимые значения варьируемых параметров; c_k^- – минимально допустимые значения варьируемых параметров.

А также при ограничениях на грубость системы, при сохранении устойчивости, под которой понимаем технологический разброс параметров элементов и устройств, входящих в САУ

$$\Delta = \frac{\delta c_k}{c_k} \leq \Delta^0, \quad (2)$$

где c_k – заданное значение грубости системы; δc_k – вариации параметров, в пределах которых обеспечивается устойчивость системы.

Рассматриваем решение поставленной задачи для случаев перехода системы из одного установившегося состояния в другое т.е $f(t)=HI(t)$, $f(t)$ - входное воздействие., в этом случае начальное условие будет следующее

$$x_{-0} = 0, \dot{x}_{-0} = 0, \ddot{x}_{-0} = 0, \dots, x_{-0}^{(n-1)} = 0 \quad (3)$$

Конечное условие, по окончании переходного процесса:

$$x(\infty) = H, \dot{x}(\infty) = 0, \ddot{x}(\infty) = 0, \dots, x^{(n-1)}(\infty) = 0. \quad (4)$$

Система координатных функций должна представлять собой линейно независимые и непрерывно дифференцируемые, в качестве которых выбирается система вещественных экспонент

$$e^{-\rho_1 t}, e^{-\rho_2 t}, \dots, e^{-\rho_q t}, \dots, e^{-\rho_m t}, \quad q = 1, 2, \dots, m.$$

Поскольку в нелинейной системе задать заведомо реализуемое программное движение невозможно, в первом приближении, в качестве программного движения рассматриваем точное решение линейного дифференциального уравнения второго порядка, в котором существует взаимно-однозначное соответствие между показателями качества переходного процесса и параметрами движения:

$$x^0(t) = [x_y + H^* \cos(\beta t - \varphi_0) e^{-\alpha t}] 1(t) \quad (5)$$

где x_y – значение желаемого программного движения $x^0(t)$ при $t = \infty$, $H^* = x_0 - x_y$; x_0 – начальное значение желаемого процесса в момент времени $t = +0$; α – показатель затухания процесса определяется из соотношения $\alpha = 3 - 4/T_{п.п.}$.

Таким образом динамика непрерывной САУ с одним нелинейным элементом описывается следующим образом

$$\begin{aligned} Q(c_k, D)x(t) + R(c_k, D)y(t) &= S(c_k, D)f(t) \\ y(t) &= F[x(t), \dot{x}(t)] \end{aligned} \quad (6)$$

где D – оператор обобщенного дифференцирования, $F[x(t)]$ – нелинейные функции; $f(t)$ – внешнее входное воздействие; $x(t)$ – исследуемая координата на входе нелинейного элемента, относительно которой записано уравнение движения синтезируемой САУ.

В случае наличия в САУ амплитудно - импульсного модулятора, уравнение движения примет вид:

$$\begin{aligned} Q(c_k, D)x(t) + Q^*(c_k, D)x^*(t) + R(c_k, D)y(t) + R^*(c_k, D)y^*(t) &= \\ &= S(c_k, D)f(t) + S^*(c_k, D)f^*(t) \\ y(t) = F[x(t), \dot{x}(t)], y^*(t) = F[x^*(t), \dot{x}^*(t)], \end{aligned}$$

где D – оператор обобщенного дифференцирования, $F[x(t)]$ – нелинейные функции; $f(t)$, $f^*(t)$ – внешнее входное воздействие на входе и выходе модулятора; $x(t)$, $x^*(t)$ – исследуемая координата на входе и выходе модулятора, относительно которой записано уравнение движения синтезируемой САУ.

$$\begin{aligned}
Q(c_k, D) &= \sum_{i=0}^n a_i(c_k) D^i; & Q^*(c_k, D) &= \sum_{i=0}^{n^*} a_i^*(c_k) D^i; \\
R(c_k, D) &= \sum_{i=0}^u b_i(c_k) D^i; & R^*(c_k, D) &= \sum_{i=0}^{u^*} b_i^*(c_k) D^i; \\
S(c_k, D) &= \sum_{i=0}^v e_i(c_k) D^i; & S^*(c_k, D) &= \sum_{i=0}^{v^*} e_i^*(c_k) D^i.
\end{aligned}$$

– полиномы оператора обобщенного дифференцирования D с вещественными постоянными коэффициентами степеней n, u, v , соответственно.

При описании амплитудно - импульсного модулятора используем следующее соотношение

$$x^*(t) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) \delta(t - nT).$$

В соответствии с общей схемой решения задачи синтеза оператора управления, рассматриваемым подходом, подставляем желаемое программное движение (6) в уравнение движения системы (7) и получаем невязку:

$$\begin{aligned}
\Psi(c_k, t) &= Q(c_k, D)x^0(t) + Q^*(c_k, D)x^{0*}(t) + R(c_k, D)F[x^0(t), D\{x^0(t)\}] + \\
& R^*(c_k, D)F[x^{0*}(t), D\{x^{0*}(t)\}] - S(c_k, D)f(t) - S^*(c_k, D)f^*(t).
\end{aligned} \tag{7}$$

Из условия ортогональности невязки координатным функциям $\varphi_q(t)$

$$\int_0^{\infty} \Psi(c_k, t) \varphi_q(t) dt = 0; k, q = 1, 2, \dots, K, m, \tag{8}$$

следует система алгебраических уравнений следующего вида:

$$\begin{aligned}
& \int_0^{\infty} Q(c_k, D)x^0(t) \varphi_q(t) dt + \int_0^{\infty} Q^*(c_k, D)x^{0*}(t) \varphi_q(t) dt + \\
& + \int_0^{\infty} R(c_k, D)F[x^0(t), D\{x^0(t)\}] \varphi_q(t) dt + \int_0^{\infty} R^*(c_k, D)F[x^{0*}(t), D\{x^{0*}(t)\}] \varphi_q(t) dt - \\
& - \int_0^{\infty} S(c_k, D)f(t) \varphi_q(t) dt - \int_0^{\infty} S^*(c_k, D)f^*(t) \varphi_q(t) dt = 0, \\
& k, q = 1, 2, \dots, K, m.
\end{aligned} \tag{9}$$

После определения интегралов Галеркина система (10) будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=0}^n a_i(c_k) p^i x(t) + \sum_{i=0}^{n^*} a_i^*(c_k) p^i x^*(t) + \sum_{i=0}^u b_i(c_k) p^i y(t) + \sum_{i=0}^{u^*} b_i^*(c_k) p^i y^*(t) = \\
& = \sum_{i=0}^v e_i(c_k) p^i f(t) + \sum_{i=0}^{v^*} e_i^*(c_k) p^i f^*(t), y(t) = F[x(t)], y^*(t) = F[x^*(t)]
\end{aligned} \tag{10}$$

где

$$\begin{aligned}
A_{qi} &= \int_0^{\infty} D^i \{x^0(t)\} e^{-\rho_q t} dt = A_q \rho_q^{i-1}; i=1, 2, K, n \\
A_{qi}^* &= \int_0^{\infty} D^i \{x^{0*}(t)\} e^{-\rho_q t} dt = A_q^* \rho_q^i; i=1, 2, K, n^* \\
B_{qi} &= \int_0^{\infty} D^i \{F[x^0(t)]\} e^{-\rho_q t} dt = B_q \rho_q^{i-1}; i=0, 1, K, u; \\
B_{qi}^* &= \int_0^{\infty} D^i \{F[x^{0*}(t)]\} e^{-\rho_q t} dt = B_q^* \rho_q^i; i=0, 1, K, u^*; \\
C_{qi} &= \int_0^{\infty} D^i \{f(t)\} e^{-\rho_q t} dt = C_q \rho_q^{i-1}; i=0, 1, K, v; \\
C_{qi}^* &= \int_0^{\infty} D^i \{f^*(t)\} e^{-\rho_q t} dt = C_q^* \rho_q^i; i=0, 1, K, v^*.
\end{aligned}$$

Поскольку синтез технических систем предполагает наличие ограничений то, задача синтеза сводится к минимизации функционала

$$J = \sum_{q=1}^m \left\{ \int_0^{\infty} \psi(c_k, t) \varphi(t) dt \right\}^2, \min_{c_k} J \rightarrow 0, .$$

Минимум целевой функции обеспечивает необходимые параметры регулятора, заданные в определенных ограничениях (1). Если найденные параметры не удовлетворяют заданным показателям качества, то необходимо либо варьировать накладываемые ограничения, либо изменять структуру регулятора.

Во второй главе рассматривается получение рекуррентных соотношений интегралов B_{qi} , что даст возможность распространить обобщенный метод Галеркина на новый класс аппроксимирующих функций, описываемых

$$y(x) = y(x_0) + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)^2 + K + a_n(x - x_0)^n.$$

При получении общего рекуррентного соотношения, для процесса относительно координаты выхода, оказалось недостаточным вычисленных соотношений для показателей степеней (g) 2 и 3, поэтому были произведены вычисления для более высоких степеней (до $g = 4$ включительно) (таблица 1).

Общее рекуррентное соотношение имеет вид

$$B_q = \sum_{g=0}^l a_g \sum_{k=0}^g x_y^{g-k} H^{*k} (-1)^k C_g^k \left\{ \begin{aligned} & \frac{k}{2^{k-1}(k\alpha + \rho q)} \left[1 - \left(k - 2E\left(\frac{k}{2}\right) \right) \right] + \frac{(k\alpha + \rho q) \cos(k\varphi_0) + k\beta \sin(k\varphi_0)}{2^{k-1}[(k\alpha + \rho q)^2 + (k\beta)^2]} + \\ & \frac{k[(k\alpha + \rho q) \cos((k-2)\varphi_0) + (k-2)\beta \sin((k-2)\varphi_0)]}{2^{k-1}[(k\alpha + \rho q)^2 + ((k-2)\beta)^2]} \end{aligned} \right\}. \quad (11)$$

Таблица 1 – Рекуррентные соотношения, определяющие интегралы B_{qi}

Показатель степени	B_q для процесса вида $x^0(t) = (x_y - H^* e^{-at} \cos(\beta t - \varphi_0))1(t)$
$g=2$	$B_q = \left\{ \begin{array}{l} x_y^2 - 2x_y H^* \frac{[(\alpha + \rho_q) \cos \varphi_0 + \beta \sin \varphi_0] \rho_q}{(\alpha + \rho_q)^2 + \beta^2} + \\ H^{*2} \left[\frac{1}{2(2\alpha + \rho_q)} + \frac{(2\alpha + \rho_q) \cos 2\varphi_0 + 2\beta \sin 2\varphi_0}{2[(2\alpha + \rho_q)^2 + 4\beta^2]} \right] \rho_q \end{array} \right\} \rho_q^{-1}$
$g=3$	$B_q = \left\{ \begin{array}{l} x_y^3 - 3x_y^2 H^* \frac{[(\alpha + \rho_q) \cos \varphi_0 + \beta \sin \varphi_0] \rho_q}{(\alpha + \rho_q)^2 + \beta^2} \rho_q + \\ 3x_y H^{*2} \left[\frac{1}{2(2\alpha + \rho_q)} + \frac{(2\alpha + \rho_q) \cos 2\varphi_0 + 2\beta \sin 2\varphi_0}{2[(2\alpha + \rho_q)^2 + 4\beta^2]} \right] \rho_q - \\ H^{*3} \left[\frac{3[(3\alpha + \rho_q) \cos \varphi_0 + \beta \sin \varphi_0]}{4[(3\alpha + \rho_q)^2 + \beta^2]} + \frac{(3\alpha + \rho_q) \cos 3\varphi_0 + 3\beta \sin 3\varphi_0}{4[(3\alpha + \rho_q)^2 + 9\beta^2]} \right] \rho_q \end{array} \right\} \rho_q^{-1}$
$g=4$	$B_q = \left\{ \begin{array}{l} x_y^4 - 4x_y^3 H^* \frac{[(\alpha + \rho_q) \cos \varphi_0 + \beta \sin \varphi_0] \rho_q}{(\alpha + \rho_q)^2 + \beta^2} + \\ 6x_y^2 H^{*2} \left[\frac{1}{2(\alpha + \rho_q)} + \frac{(2\alpha + \rho_q) \cos 2\varphi_0 + 2\beta \sin 2\varphi_0}{2[(\alpha + \rho_q)^2 + 4\beta^2]} \right] \rho_q - \\ 4x_y H^{*3} \left[\frac{3[(3\alpha + \rho_q) \cos \varphi_0 + \beta \sin \varphi_0]}{4[(3\alpha + \rho_q)^2 + \beta^2]} + \frac{(3\alpha + \rho_q) \cos 3\varphi_0 + 3\beta \sin 3\varphi_0}{4[(3\alpha + \rho_q)^2 + 9\beta^2]} \right] \rho_q + \\ \frac{H^{*4}}{8} \left[\frac{(4\alpha + \rho_q) \cos 4\varphi_0 + 4\beta \sin 4\varphi_0}{(4\alpha + \rho_q)^2 + 16\beta^2} + \frac{(4\alpha + \rho_q) \cos 2\varphi_0 + 2\beta \sin 2\varphi_0}{(4\alpha + \rho_q)^2 + 4\beta^2} \right] \rho_q + \\ \left[\frac{3}{4\alpha + \rho_q} \right] \rho_q \end{array} \right\} \rho_q^{-1}$

Аналогичным образом были получены рекуррентные соотношения для процесса относительно координаты ошибки, поскольку оказалось недостаточным вычисленных соотношений для показателей степеней (g) 2 и 3, были произведены вычисления для более высоких степеней (до $g = 4$ включительно) (таблица 2).

Общее рекуррентное соотношение имеет вид

$$B_q = \sum_{g=0}^l a_g \sum_{k=0}^g H^{*k} C_g^k \left\{ \begin{array}{l} \frac{k}{2^{k-1}(\alpha + \rho_q)} \left[1 - \left(k - 2E\left(\frac{k}{2}\right) \right) \right] + \frac{(k\alpha + \rho_q) \cos(k\varphi_0) + k\beta \sin(k\varphi_0)}{2^{k-1}[(k\alpha + \rho_q)^2 + (k\beta)^2]} + \\ \frac{k[(k\alpha + \rho_q) \cos((k-2)\varphi_0) + (k-2)\beta \sin((k-2)\varphi_0)]}{2^{k-1}[(k\alpha + \rho_q)^2 + ((k-2)\beta)^2]} \end{array} \right\}. \quad (12)$$

Использование полученных рекуррентных соотношений (11) и (12) дает возможность решать задачу синтеза при полиномиальной аппроксимации путем алгебраизации ее решения и свести все вычисления при минимизации целевой функции к выполнению простых алгебраических операций.

Таблица 2 – Рекуррентные соотношения, определяющие интегралы B_{qi}

Показатель степени	B_q для процесса вида $x^0(t) = [H^* e^{-\alpha t} \cos(\beta t - \varphi_0)]l(t)$
$g=2$	$B_q = \left\{ H^{2*} \rho_q \left[\frac{1}{2(2\alpha + \rho_q)} + \frac{((2\alpha + \rho_q) \cos 2\varphi_0 + 2\beta \sin 2\varphi_0)}{2((2\alpha + \rho_q)^2 + 4\beta^2)} \right] \right\} \rho_q^{-1}$
$g=3$	$B_q = \left\{ \frac{H^{3*}}{4} \rho_q \left(\frac{3(3\alpha + \rho_q) \cos \varphi_0 + \beta \sin \varphi_0}{(3\alpha + \rho_q)^2 + \beta^2} + \frac{(3\alpha + \rho_q) \cos 3\varphi_0 + 3\beta \sin 3\varphi_0}{(3\alpha + \rho_q)^2 + 9\beta^2} \right) \right\} \rho_q^{-1}$
$g=4$	$B_q = \left\{ \frac{H^{4*}}{8} \rho_q \left[\frac{4(4\alpha + \rho_q) \cos 2\varphi_0 + 2\beta \sin 2\varphi_0}{(4\alpha + \rho_q)^2 + 4\beta^2} + \frac{(4\alpha + \rho_q) \cos 4\varphi_0 + 4\beta \sin 4\varphi_0}{(4\alpha + \rho_q)^2 + 16\beta^2} + \frac{3}{(4\alpha + \rho_q)} \right] \right\} \rho_q^{-1}$
$g=5$	$B_q = \left\{ \frac{H^{5*}}{16} \rho_q \left(\frac{(5\alpha + \rho_q) \cos 5\varphi_0 + 5\beta \sin 5\varphi_0}{(5\alpha + \rho_q)^2 + 25\beta^2} + \frac{5(5\alpha + \rho_q) \cos 3\varphi_0 + 3\beta \sin 3\varphi_0}{(5\alpha + \rho_q)^2 + 9\beta^2} + \frac{10(5\alpha + \rho_q) \cos \varphi_0 + \beta \sin \varphi_0}{(5\alpha + \rho_q)^2 + \beta^2} \right) \right\} \rho_q^{-1}$

В третьей главе получены соотношения, определяющие интегралы B_{qi}^* при наличии в системе амплитудно – импульсного модулятора, описываемого как идеальный, на основе общей схемы решения задачи синтеза импульсных САУ обобщенным метод Галеркина при полиномиальной аппроксимации нелинейных элементов, входящих в состав САУ.

При получении общего рекуррентного соотношения, для процесса относительно координаты ошибки, оказалось недостаточным вычисленных соотношений для показателей степеней (g) 2 и 3, поэтому были произведены вычисления для более высоких степеней (до $g = 5$ включительно) (таблица 3).

Общее рекуррентное соотношение имеет вид

– для нечетной степени

$$B_{qi}^* = \frac{1}{2^{g-1}} H^g \sum_{k=0}^{\frac{g-1}{2}} C_k^g \frac{\cos \varphi_0 (g-2k) e^{2(g\alpha + \rho_q)T} - e^{(g\alpha + \rho_q)T} \cos[(g-2k)(\beta T + \varphi_0)]}{e^{2(g\alpha + \rho_q)T} - e^{(g\alpha + \rho_q)T} 2 \cos[(g-2k)\beta T]}, \quad (13)$$

– для четной степени

$$B_{qi}^* = H^g \left[\left(\sum_{n=0}^{\infty} e^{-(g\alpha + \rho_q)T} \right) \frac{1}{2^{g-1}} \sum_{k=0}^{\frac{g-1}{2}} C_k^g \frac{\cos \varphi_0 (g-2k) e^{2(g\alpha + \rho_q)T} - e^{(g\alpha + \rho_q)T} \cos[(g-2k)(\beta T + \varphi_0)]}{e^{2(g\alpha + \rho_q)T} - e^{(g\alpha + \rho_q)T} 2 \cos[(g-2k)\beta T]} \right]. \quad (14)$$

Таблица 3 – Рекуррентные соотношения, определяющие интегралы B_{qi}^*

Показатель степени	B_q для процесса вида $x^0(t) = [H^* e^{-\alpha t} \cos(\beta t - \varphi_0)] \delta(t - nT)$
$g=1$	$B_q^* = H \left[\frac{e^{2(\alpha+\rho q)T} \cos \varphi_0 - e^{(\alpha+\rho q)T} \cos(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(\alpha+\rho q)T} - 2 \cos \beta T e^{(\alpha+\rho q)T} + 1} \right]$
$g=2$	$B_q^* = \frac{1}{2} H^2 \left[\frac{e^{2(\alpha+\rho q)T}}{e^{2(\alpha+\rho q)T} - 1} + \frac{e^{2(2\alpha+\rho q)T} \cos 2\varphi_0 - e^{(2\alpha+\rho q)T} \cos 2(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(2\alpha+\rho q)T} - 2 \cos 2\beta T e^{(2\alpha+\rho q)T} + 1} \right]$
$g=3$	$B_q^* = \frac{1}{4} H^3 \left[\frac{3 e^{2(3\alpha+\rho q)T} \cos \varphi_0 - e^{(3\alpha+\rho q)T} \cos(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(3\alpha+\rho q)T} - 2 \cos \beta T e^{(3\alpha+\rho q)T} + 1} + \frac{e^{2(3\alpha+\rho q)T} \cos 3\varphi_0 - e^{(3\alpha+\rho q)T} \cos 3(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(3\alpha+\rho q)T} - 2 \cos 3\beta T e^{(3\alpha+\rho q)T} + 1} \right]$
$g=4$	$B_q^* = \frac{1}{8} H^4 \left[\frac{e^{2(4\alpha+\rho q)T} \cos 4\varphi_0 - e^{(4\alpha+\rho q)T} \cos 4(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(4\alpha+\rho q)T} - 2 \cos 4\beta T e^{(4\alpha+\rho q)T} + 1} + \frac{4 e^{2(4\alpha+\rho q)T} \cos 2\varphi_0 - e^{(4\alpha+\rho q)T} \cos 2(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(4\alpha+\rho q)T} - 2 \cos 2\beta T e^{(4\alpha+\rho q)T} + 1} + \frac{3 e^{(4\alpha+\rho q)T}}{e^{(4\alpha+\rho q)T} - 1} \right]$
$g=5$	$B_q^* = \frac{1}{16} H^5 \left[\frac{10 e^{2(5\alpha+\rho q)T} \cos \varphi_0 - e^{(5\alpha+\rho q)T} \cos(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(5\alpha+\rho q)T} - 2 \cos \beta T e^{(5\alpha+\rho q)T} + 1} + \frac{5 e^{2(5\alpha+\rho q)T} \cos 3\varphi_0 - e^{(5\alpha+\rho q)T} \cos 3(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(5\alpha+\rho q)T} - 2 \cos 3\beta T e^{(5\alpha+\rho q)T} + 1} + \frac{e^{2(5\alpha+\rho q)T} \cos 5\varphi_0 - e^{(5\alpha+\rho q)T} \cos 5(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(5\alpha+\rho q)T} - 2 \cos 5\beta T e^{(5\alpha+\rho q)T} + 1} \right]$

Аналогичным образом были получены рекуррентные соотношения для процесса относительно координаты выхода, поскольку оказалось недостаточным вычисленных соотношений для показателей степеней (g) 2 и 3, были произведены вычисления для более высоких степеней (до $g = 6$ включительно) (таблица 4).

Общее рекуррентное соотношение имеет вид:

$$B_{qi}^* = \sum_{k=0}^g x_y^{g-k} H^k (-1)^k C_g^k \left(\frac{e^{2(k\alpha+\rho q)T} \cos k\varphi_0 - e^{(k\alpha+\rho q)T} \cos k(\beta T + \varphi_0)}{2^{k-1} (e^{2(k\alpha+\rho q)T} - 2e^{(k\alpha+\rho q)T} \cos k\beta T + 1)} + \frac{k (e^{2(k\alpha+\rho q)T} \cos(k-2)\varphi_0 - e^{(k\alpha+\rho q)T} \cos[(k-2)(\beta T + \varphi_0)])}{2^{k-1} (e^{2(k\alpha+\rho q)T} - 2e^{(k\alpha+\rho q)T} \cos k\beta T + 1)} \right). \quad (15)$$

Использование полученных рекуррентных соотношений (13–15) дает возможность решать задачу синтеза при полиномиальной аппроксимации путем алгебраизации ее решения и свести все вычисления при минимизации целевой функции к выполнению простых алгебраических операций.

Таблица 4 – Рекуррентные соотношения, определяющие интегралы B_{qi}^*

Показатель степени	B_q для процесса вида $x^0(t) = [x_y - H^* e^{-\alpha t} \cos(\beta t - \varphi_0)] \delta(t - nT)$
g=1	$B_q^* = x_y \frac{e^{\rho q T}}{e^{\rho q T} - 1} - H \left[\frac{e^{2(\alpha+\rho q)T} \cos \varphi_0 - e^{(\alpha+\rho q)T} \cos(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(\alpha+\rho q)T} - 2 \cos \beta T e^{(\alpha+\rho q)T} + 1} \right]$
g=2	$B_q^* = x_y^2 \frac{e^{\rho q T}}{e^{\rho q T} - 1} - 2x_y H \left[\frac{e^{2(\alpha+\rho q)T} \cos \varphi_0 - e^{(\alpha+\rho q)T} \cos(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(\alpha+\rho q)T} - 2 \cos \beta T e^{(\alpha+\rho q)T} + 1} \right] +$ $\frac{H^2}{2} \left[\frac{e^{(2\alpha+\rho q)T}}{e^{(2\alpha+\rho q)T} - 1} + \frac{e^{2(2\alpha+\rho q)T} \cos 2\varphi_0 - e^{(2\alpha+\rho q)T} \cos 2(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(2\alpha+\rho q)T} - 2 \cos 2\beta T e^{(2\alpha+\rho q)T} + 1} \right]$
g=3	$B_q^* = x_y^3 \frac{e^{\rho q T}}{e^{\rho q T} - 1} - 3x_y^2 H \left[\frac{e^{2(\alpha+\rho q)T} \cos \varphi_0 - e^{(\alpha+\rho q)T} \cos(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(\alpha+\rho q)T} - 2 \cos \beta T e^{(\alpha+\rho q)T} + 1} \right] +$ $\frac{3H^2 x_y}{2} \left[\frac{e^{(2\alpha+\rho q)T}}{e^{(2\alpha+\rho q)T} - 1} + \frac{e^{2(2\alpha+\rho q)T} \cos 2\varphi_0 - e^{(2\alpha+\rho q)T} \cos 2(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(2\alpha+\rho q)T} - 2 \cos 2\beta T e^{(2\alpha+\rho q)T} + 1} \right] -$ $\frac{1H^3}{4} \left[3 \frac{e^{2(3\alpha+\rho q)T} \cos \varphi_0 - e^{(3\alpha+\rho q)T} \cos(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(3\alpha+\rho q)T} - 2 \cos 2\beta T e^{(3\alpha+\rho q)T} + 1} + \frac{e^{2(3\alpha+\rho q)T} \cos 3\varphi_0 - e^{(3\alpha+\rho q)T} \cos 3(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(3\alpha+\rho q)T} - 2 \cos 3\beta T e^{(3\alpha+\rho q)T} + 1} \right]$
g=4	$B_q^* = x_y^4 \frac{e^{\rho q T}}{e^{\rho q T} - 1} - 4x_y^3 H \left[\frac{e^{2(\alpha+\rho q)T} \cos \varphi_0 - e^{(\alpha+\rho q)T} \cos(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(\alpha+\rho q)T} - 2 \cos \beta T e^{(\alpha+\rho q)T} + 1} \right] +$ $\frac{6H^2 x_y^2}{2} \left[\frac{e^{(2\alpha+\rho q)T}}{e^{(2\alpha+\rho q)T} - 1} + \frac{e^{2(2\alpha+\rho q)T} \cos 2\varphi_0 - e^{(2\alpha+\rho q)T} \cos 2(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(2\alpha+\rho q)T} - 2 \cos 2\beta T e^{(2\alpha+\rho q)T} + 1} \right] -$ $\frac{4x_y H^3}{4} \left[3 \frac{e^{2(3\alpha+\rho q)T} \cos \varphi_0 - e^{(3\alpha+\rho q)T} \cos(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(3\alpha+\rho q)T} - 2 \cos \beta T e^{(3\alpha+\rho q)T} + 1} + \frac{e^{2(3\alpha+\rho q)T} \cos 3\varphi_0 - e^{(3\alpha+\rho q)T} \cos 3(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(3\alpha+\rho q)T} - 2 \cos 3\beta T e^{(3\alpha+\rho q)T} + 1} \right] +$ $\frac{1}{8} H^4 \left[\frac{e^{2(4\alpha+\rho q)T} \cos 4\varphi_0 - e^{(4\alpha+\rho q)T} \cos 4(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(4\alpha+\rho q)T} - 2 \cos 4\beta T e^{(4\alpha+\rho q)T} + 1} + \right.$ $\left. + 4 \frac{e^{2(4\alpha+\rho q)T} \cos 2\varphi_0 - e^{(4\alpha+\rho q)T} \cos 2(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(4\alpha+\rho q)T} - 2 \cos 2\beta T e^{(4\alpha+\rho q)T} + 1} + 3 \frac{e^{(4\alpha+\rho q)T}}{e^{(4\alpha+\rho q)T} - 1} \right]$

$g=5$	$B_q^* = x_y^5 \frac{e^{\rho q T}}{e^{\rho q T} - 1} - 5x_y^4 H \left[\frac{e^{2(\alpha+\rho q)T} \cos \varphi_0 - e^{(\alpha+\rho q)T} \cos(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(\alpha+\rho q)T} - 2 \cos \beta T e^{(\alpha+\rho q)T} + 1} \right] +$ $5x_y^3 H^2 \left[\frac{e^{2(\alpha+\rho q)T}}{e^{2(\alpha+\rho q)T} - 1} + \frac{e^{2(2\alpha+\rho q)T} \cos 2\varphi_0 - e^{(2\alpha+\rho q)T} \cos 2(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(2\alpha+\rho q)T} - 2 \cos 2\beta T e^{(\alpha+\rho q)T} + 1} \right] -$ $\frac{5x_y^2 H^3}{2} \left[\frac{3 \frac{e^{2(3\alpha+\rho q)T} \cos \varphi_0 - e^{(3\alpha+\rho q)T} \cos(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(3\alpha+\rho q)T} - 2 \cos \beta T e^{(\alpha+\rho q)T} + 1} +}{\frac{e^{2(3\alpha+\rho q)T} \cos 3\varphi_0 - e^{(3\alpha+\rho q)T} \cos 3(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(3\alpha+\rho q)T} - 2 \cos 3\beta T e^{(\alpha+\rho q)T} + 1}} \right] +$ $\frac{5}{8} x_y H^4 \left[4 \frac{e^{2(4\alpha+\rho q)T} \cos 4\varphi_0 - e^{(4\alpha+\rho q)T} \cos 4(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(4\alpha+\rho q)T} - 2 \cos 4\beta T e^{(\alpha+\rho q)T} + 1} + \right. -$ $\left. 3 \frac{e^{(4\alpha+\rho q)T}}{e^{(4\alpha+\rho q)T} - 1} \right]$ $\frac{1}{16} H^5 \left[5 \frac{e^{2(5\alpha+\rho q)T} \cos 5\varphi_0 - e^{(5\alpha+\rho q)T} \cos 5(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(5\alpha+\rho q)T} - 2 \cos 5\beta T e^{(\alpha+\rho q)T} + 1} + \right. -$ $\left. 5 \frac{e^{2(5\alpha+\rho q)T} \cos 3\varphi_0 - e^{(5\alpha+\rho q)T} \cos 3(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(5\alpha+\rho q)T} - 2 \cos 3\beta T e^{(\alpha+\rho q)T} + 1} + \right. -$ $\left. 10 \frac{e^{2(5\alpha+\rho q)T} \cos \varphi_0 - e^{(5\alpha+\rho q)T} \cos(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(5\alpha+\rho q)T} - 2 \cos \beta T e^{(\alpha+\rho q)T} + 1} \right]$
$g=6$	$B_q^* = x_y^6 \frac{e^{\rho q T}}{e^{\rho q T} - 1} - 6x_y^5 H \left[\frac{e^{2(\alpha+\rho q)T} \cos \varphi_0 - e^{(\alpha+\rho q)T} \cos(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(\alpha+\rho q)T} - 2 \cos \beta T e^{(\alpha+\rho q)T} + 1} \right] +$ $\frac{15x_y^4 H^2}{2} \left[\frac{e^{2(\alpha+\rho q)T}}{e^{2(\alpha+\rho q)T} - 1} + \frac{e^{2(2\alpha+\rho q)T} \cos 2\varphi_0 - e^{(2\alpha+\rho q)T} \cos 2(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(2\alpha+\rho q)T} - 2 \cos 2\beta T e^{(\alpha+\rho q)T} + 1} \right] -$ $\frac{20x_y^3 H^3}{4} \left[3 \frac{e^{2(3\alpha+\rho q)T} \cos \varphi_0 - e^{(3\alpha+\rho q)T} \cos(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(3\alpha+\rho q)T} - 2 \cos \beta T e^{(\alpha+\rho q)T} + 1} + \right. -$ $\left. \frac{e^{2(3\alpha+\rho q)T} \cos 3\varphi_0 - e^{(3\alpha+\rho q)T} \cos 3(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(3\alpha+\rho q)T} - 2 \cos 3\beta T e^{(\alpha+\rho q)T} + 1} \right] +$ $\frac{15}{8} x_y^2 H^4 \left[4 \frac{e^{2(4\alpha+\rho q)T} \cos 4\varphi_0 - e^{(4\alpha+\rho q)T} \cos 4(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(4\alpha+\rho q)T} - 2 \cos 4\beta T e^{(\alpha+\rho q)T} + 1} + \right. -$ $\left. 4 \frac{e^{2(4\alpha+\rho q)T} \cos 2\varphi_0 - e^{(4\alpha+\rho q)T} \cos 2(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(4\alpha+\rho q)T} - 2 \cos 2\beta T e^{(\alpha+\rho q)T} + 1} + \right. -$ $\left. + 3 \frac{e^{(4\alpha+\rho q)T}}{e^{(4\alpha+\rho q)T} - 1} \right]$

$$\frac{6}{16} x_y H^5 \left[\begin{aligned} & \frac{e^{2(5\alpha+\rho q)T} \cos 5\varphi_0 - e^{(5\alpha+\rho q)T} \cos 5(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(5\alpha+\rho q)T} - 2 \cos 5\beta T e^{(5\alpha+\rho q)T} + 1} + \\ & 5 \frac{e^{2(5\alpha+\rho q)T} \cos 3\varphi_0 - e^{(5\alpha+\rho q)T} \cos 3(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(5\alpha+\rho q)T} - 2 \cos 3\beta T e^{(5\alpha+\rho q)T} + 1} + \\ & 10 \frac{e^{2(5\alpha+\rho q)T} \cos \varphi_0 - e^{(5\alpha+\rho q)T} \cos(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(5\alpha+\rho q)T} - 2 \cos \beta T e^{(5\alpha+\rho q)T} + 1} \end{aligned} \right] +$$

$$\frac{H^6}{32} \left[\begin{aligned} & 10 \frac{e^{(6\alpha+\rho q)T}}{e^{(6\alpha+\rho q)T} - 1} + 15 \frac{e^{2(6\alpha+\rho q)T} \cos 2\varphi_0 - e^{(6\alpha+\rho q)T} \cos 2(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(6\alpha+\rho q)T} - 2 \cos 2\beta T e^{(6\alpha+\rho q)T} + 1} + \\ & 6 \frac{e^{2(6\alpha+\rho q)T} \cos 4\varphi_0 - e^{(6\alpha+\rho q)T} \cos 4(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(6\alpha+\rho q)T} - 2 \cos 4\beta T e^{(6\alpha+\rho q)T} + 1} + \\ & \frac{e^{2(6\alpha+\rho q)T} \cos 6\varphi_0 - e^{(6\alpha+\rho q)T} \cos 6(\beta T + \varphi_0)}{e^{2(6\alpha+\rho q)T} - 2 \cos 6\beta T e^{(6\alpha+\rho q)T} + 1} \end{aligned} \right]$$

На рисунке 1 представлен алгоритм, который позволяет реализовать алгоритм синтеза параметров регуляторов непрерывных и импульсных САУ при полиномиальной аппроксимации характеристик нелинейных элементов, обеспечивающих заданные показатели качества работы системы в динамическом режиме.

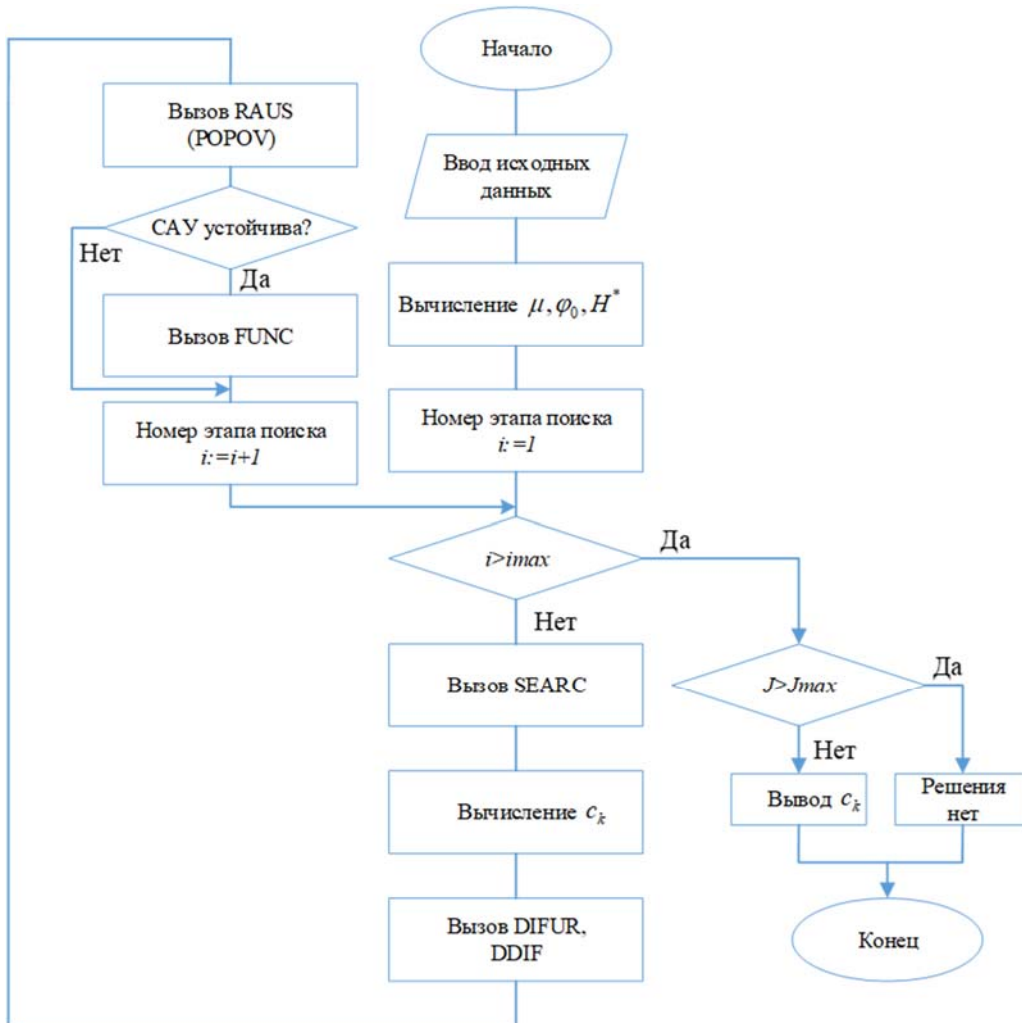


Рисунок 1 – Алгоритм, реализующий обобщенный метод Галеркина

В четвертой главе представлена апробация полученных теоретических результатов на базе исследовательского комплекса «Потенциометрическая маломощная следящая система». Данный комплекс был разработан на базе кафедры Управления в технических системах. В главе приводятся описание исследовательского комплекса (основных блоков), а также графические результаты снятия статических и динамических характеристик. Далее решается задача синтеза при заданных показателях качества на основе предложенного алгоритма синтеза нелинейных непрерывных и нелинейных импульсных САУ. На рисунке 2 представлена структурная схема нелинейной потенциометрической маломощной системы.

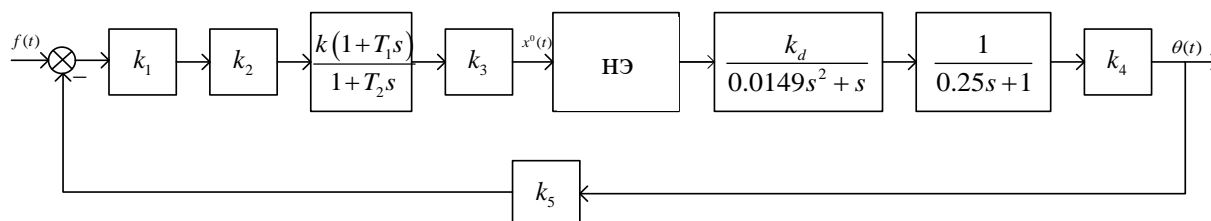


Рисунок 2 – Структурная схема потенциометрической маломощной системы,

где k_1 – ИР; k_2 – АУ; $\frac{k(1+T_1s)}{1+T_2s}$ – корректирующее устройство (КУ); k_3 – УОУ;

k_4 – коэффициент передачи редуктор; НЭ – нелинейный элемент типа «насыщение»

k_5 – коэффициент пересчета угла (из радиан в градусы); $\frac{k_d}{(0.0149s^2 + s)(0.25s + 1)}$ –

передаточная функция двухфазного асинхронного двигателя

Требуется найти значения неизвестных параметров (k, T_1, T_2), которые будут обеспечивать в системе заданные показатели качества ее работы при переходе из одного установившегося состояния в другое, $T_m \approx 2$ с., перерегулирование σ не более 1 %.

Реализация корректирующего звена представлена на рисунке 3, передаточная

функция $W_{кз} = k \frac{1+T_1s}{1+T_2s}$.

Параметры передаточной функции определяются в соответствии с выражениями

$$T_1 = R_1 C_1;$$

$$T_2 = \frac{R_1 R_2 C_1}{R_1 + R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} T_1;$$

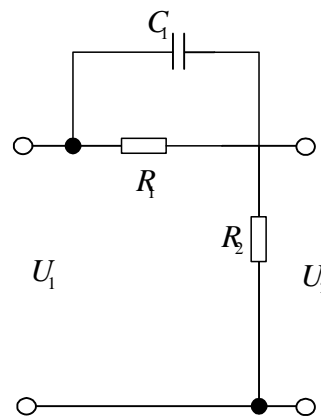


Рисунок 3 – Реализация корректирующего устройства с использованием пассивных элементов

$$k = \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{T_2}{T_1}.$$

Очевидно, что варьируемые параметры k, T_1, T_2 не могут быть меньше нуля $k, T_1, T_2 > 0$, следовательно $R_1, R_2 > 0$, по условию $C_1 = 20$ мкФ.

Желаемое программное движение имеет вид

$$x^0(t) = 30.12e^{-2t} \cos(1.53t + 0.9).$$

Дифференциальное уравнение движения

$$\begin{aligned} x_0(t)[(0.0149s^2 + s)(0.25s + 1)(1 + T_2s)] + F[x_0(t)] \cdot [k_d k_1 k_2 k_3 k_4 k_5 k(1 + T_1s)] = \\ = f(t)[k_1 k_2 k_3 k(1 + T_1s)(0.0149s^2 + s)(0.25s + 1)]. \end{aligned}$$

Применяя обобщенный метод Галеркина были получены следующие параметры $R_1 = 49$ кОм, $R_2 = 100$ кОм, которые удовлетворяют заданным показателям качества (рисунок 4).

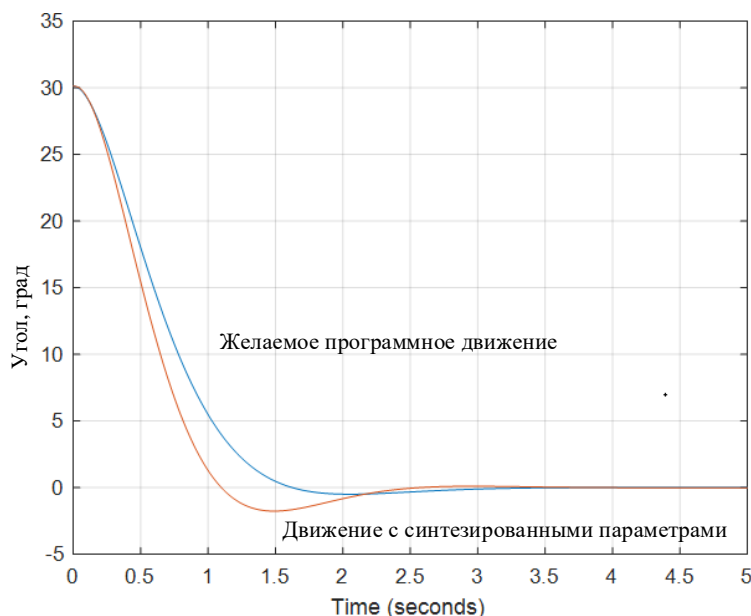


Рисунок 4 – Программное движение и движение с рассчитанными параметрам

Далее рассмотрим синтез маломощной следящей системы, содержащей в своем составе идеальный импульсный элемент (рисунок 5).

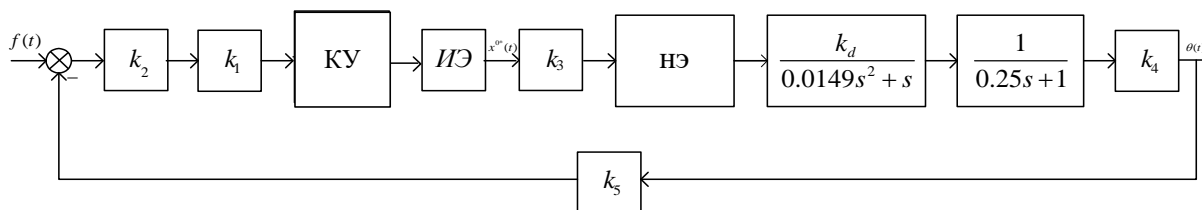


Рисунок 5 – Структурная схема импульсной потенциметрической маломощной системы

Корректирующее устройство имеет следующую передаточную функция:

$$W_{ky} = k \frac{(T_1s + 1)(T_3s + 1)(T_5s + 1)}{(T_2s + 1)(T_4s + 1)(T_6s + 1)}.$$

Необходимо определить значение неизвестных варьируемых параметров $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6$, которые обеспечивают в системе заданные показатели качества $T_m - 3$ сек., перерегулирование σ не более 10 %. Коэффициент k примем равным 1 для упрощения решения задачи.

Желаемое программное движение имеет вид:

$$x^0(t) = 48.21e^{-2.67t} \cos(2.13t - 0.89).$$

Динамика системы описывается следующим дифференциальным уравнением:

$$\begin{aligned} x_0(t)[(0.0149s^2 + s)(0.25s + 1)(1 + T_2s)(1 + T_4s)(1 + T_6s)] + \\ F[x_0^*(t)] \cdot [k_d k_1 k_2 k_3 k_4 k_5 k (1 + T_1s)(1 + T_3s)(1 + T_5s)] = \\ = f(t)[k_1 k_2 k_3 k (1 + T_1s)(1 + T_5s)(1 + T_3s)(0.0149s^2 + s)(0.25s + 1)]. \end{aligned}$$

В результате решения задачи синтеза, полученные параметры (рисунок 6) $T_1 = 21,85$ с., $T_2 = 18,7$ с., $T_3 = 30,9$ с., $T_4 = 39,85$ с., $T_5 = 28$ с., $T_6 = 29.9$ с.

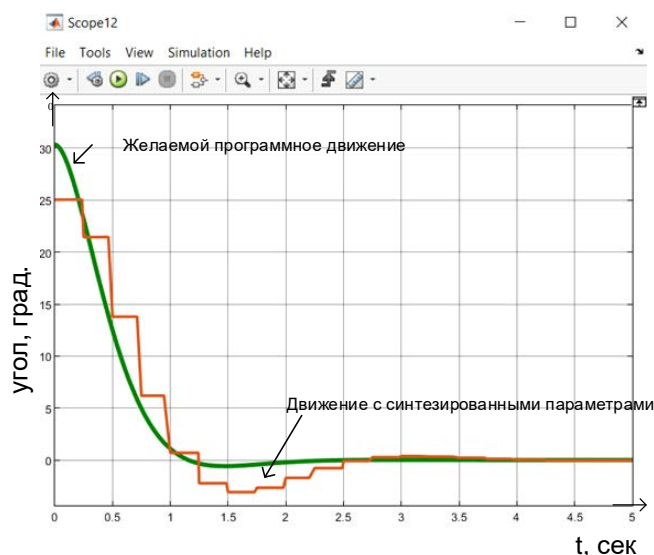


Рисунок 6 – Программное движение и движение с рассчитанными параметрам

По результатам синтеза можно сделать вывод о работоспособности и пригодности предложенного алгоритма синтеза при полиномиальной аппроксимации характеристик нелинейных звеньев. Использование полученных рекуррентных соотношений позволило синтезировать корректирующее устройство для маломощной следящей потенциометрической системы. В приложениях к диссертации приводятся вычисления интегралов B_{qi} и B_{qi}^* .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В процессе работы над диссертацией по теме «Параметрический синтез нелинейных САУ при полиномиальной аппроксимации характеристик» получены следующие результаты:

1. Получены рекуррентные аналитические соотношения B_q для вычисления интегралов целевых функций при синтезе нелинейных непрерывных САУ при записи уравнения движения относительно координаты ошибки. При получении общего рекуррентного соотношения оказалось недостаточным вычисленных соотношений для $g=2$ и $g=3$, поэтому были произведены вычисления для более высоких степеней (до $g=5$ включительно), что привело к получению общего вида рекуррентного соотношения (11).

2. Получены рекуррентные аналитические соотношения B_q для вычисления интегралов целевых функций при синтезе нелинейных непрерывных САУ при записи уравнения движения относительно координаты выхода. При получении общего рекуррентного соотношения оказалось недостаточным вычисленных соотношений для $g=2$ и $g=3$, поэтому были произведены вычисления для более высоких степеней (до $g=5$ включительно), что привело к получению общего вида рекуррентного соотношения (12).

3. Соотношения, полученные в пунктах 1 и 2, дают возможность распространить обобщенный метод Галеркина на новый класс аппроксимирующих нелинейных характеристик применительно к непрерывным САУ.

4. Получены рекуррентные аналитические соотношения B_q^* для вычисления интегралов целевых функций при синтезе нелинейных импульсных САУ при записи уравнения движения относительно координаты ошибки. При получении общего рекуррентного соотношения оказалось недостаточным вычисленных соотношений для $g=2$ и $g=3$, поэтому были произведены вычисления для более высоких степеней (до $g=5$ включительно), что привело к получению общего вида рекуррентного соотношения для нечетной (13) и четной (14) степенях.

5. Получены рекуррентные аналитические соотношения B_q^* для вычисления интегралов целевых функций при синтезе нелинейных импульсных САУ при записи уравнения движения относительно координаты выхода. При получении общего рекуррентного соотношения оказалось недостаточным вычисленных соотношений для $g=2$ и $g=3$, поэтому были произведены вычисления для более высоких степеней (до $g=5$ включительно), что привело к получению общего вида рекуррентного соотношения (15).

6. Соотношения, полученные в пунктах 4 и 5, дают возможность распространить обобщенный метод Галеркина на новый класс аппроксимирующих нелинейных характеристик применительно к непрерывным САУ.

7. Решена задача параметрического синтеза на основе разработанных подходов на базе исследовательского комплекса «Потенциометрическая маломощная следящая система» по заданным показателям качества САУ в динамическом режиме, для случая как непрерывной системы, так и импульсной.

СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

В изданиях, рекомендованных ВАК

1. Ватаева, Е.Ю., Параметрический синтез маломощной потенциометрической следящей системы / Е.Ю. Ватаева // Труды МАИ. – 2024. – № 134. – URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=178477>

2. Ватаева, Е.Ю. Параметрический синтез потенциометрической маломощной следящей системы с импульсным элементом / Е.Ю. Ватаева // Информационно-измерительные и управляющие системы. – 2023. – № 4. – С. 51-57.

3. Ватаева, Е.Ю. Параметрический синтез потенциометрической маломощной следящей системы / Е.Ю. Ватаева, Н.Л. Гречкин, В.Ф. Шишляков, Д.В. Шишляков // Датчики и системы. – 2023. – № 4-1 (269). – С. 7-14

4. Ватаева, Е.Ю. Применение полиномиальной аппроксимации в решение задач синтеза нелинейных САУ / Е.Ю. Ватаева, Н.Л. Гречкин, В.Ф. Шишляков, Д.В. Шишляков // Датчики и системы. – 2023. – № 4-2 (270). – С. 7-14.

5. Ватаева, Е.Ю. Параметрический синтез операторов управления импульсных САУ при полиномиальной аппроксимации характеристик нелинейных элементов / Е.Ю. Ватаева, В.Ф. Шишляков, Н.В. Решетникова, Д.В. Шишляков // Датчики и системы. – 2022. – № 5(264). – С. 12-18.

6. Ватаева, Е.Ю. Общая схема решения задачи синтеза нелинейных нестационарных САУ во временной области / Е.Ю. Ватаева, В.Ф. Шишляков, Н.В. Решетникова, Д.В. Шишляков // Датчики и системы. – 2020. – № 17. – С. 12-16

7. Ватаева, Е.Ю. Моделирование и синтез нелинейных систем автоматического управления / Е.Ю. Ватаева, В.Ф. Шишляков, Н.В. Решетникова, И.Г. Криволапчук, Д.В. Шишляков // Датчики и системы. – 2019. – № 11. – С. 17-25.

8. Ватаева, Е.Ю. Синтез нелинейных импульсных систем при полиномиальной аппроксимации / Е.Ю. Ватаева, В.Ф. Шишляков, Н.В. Решетникова, Д.В. Шишляков // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. – 2019. – Т. 62, № 9. – С. 834-842.

В изданиях, индексируемых Scopus и Web of Science

9. Vataeva E.Y. Synthesis of nonlinear impulse systems / Elizaveta Vataeva, Vladislav Shishlakov, Nataliia Reshetnikova, Dmitriy Shishlakov, Oksana Solenaya // Smart Innovation Systems and Technologies, 2021, 187, P. 469-476.

10. Vataeva E.Y. General scheme for solving the problem of synthesis of nonlinear non – stationary ACS in the time domain / Vataeva E.Y., Shishlakov V.F., Reshetnikova N.V. // 2021 Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems (WECONF 2021).

11. Vataeva E.Y. Synthesis of Nonlinear Impulse Systems /Elizaveta Vataeva, Vladislav Shishlakov, Nataliia Reshetnikova and Dmitriy Shishlakov // 15th International Conference on Electromechanics and Robotics "Zavalishin's Readings", 2020.

12. Vataeva E.Y. Parametric synthesis of nonlinear automatic control systems with polynomial approximation / Vataeva E.Y., Shishlakov V.F., Shishlakov D.V., Reshetnikova N.V. // 2019 Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems (WECONF 2019) 2019. С. 8840123.

13. Vataeva E.Y. Synthesis of control laws of electromechanical systems under polynomial approximation of characteristics of nonlinear elements / Vladislav Shishlakov, Elizaveta Vataeva, Natalia Reshetnikova, Dmitriy Shishlakov // MATEC Web Conf. Volume 161, 2018

Свидетельства о результатах интеллектуальной деятельности

14. Ватаева, Е.Ю. Кусочно-линейная аппроксимация типовой нелинейности «зона нечувствительности» на языке MATLAB / Е.Ю. Ватаева, Н.Л. Гречкин, В.Ф. Шишляков // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2023619206 от 05.05.2023.

В других изданиях и сборниках научных трудов и конференций

15. Ватаева, Е.Ю. Параметрический синтез операторов управления САУ при полиномиальной аппроксимации характеристик нелинейных элементов / Е.Ю. Ватаева // Труды МАИ. – 2023. – № 128.

16. Ватаева, Е.Ю. Синтез нестационарных непрерывных нелинейных систем автоматического управления обобщенным методом Галеркина / Шишляков В.Ф., Решетникова Н.В., Ватаева Е.Ю., Шишляков Д.В. // Научные технологии. – 2021. – Т. 22, № 8. – С. 75-79.

17. Ватаева, Е.Ю. Полиномиальная аппроксимация нелинейных звеньев при решении задачи синтеза систем автоматического управления / Шишляков В.Ф., Решетникова Н.В., Ватаева Е.Ю., Шишляков Д.В. // Научные технологии. – 2021. – Т. 22, № 8. – С. 69-74.

18. Ватаева, Е.Ю. Моделирование динамики работы системы экстремального регулирования с запоминанием экстремума / Е.Ю. Ватаева // Труды МАИ. – 2019. – № 104.

19. Ватаева, Е.Ю. Алгоритм синтеза параметров законов управления технических систем при полиномиальной аппроксимации нелинейностей / В.Ф. Шишлаков, Е.Ю. Ватаева, Н.В. Решетникова, Д.В. Шишлаков // Вопросы радиоэлектроники. – 2018. – № 10. – С. 97-102.

20. Ватаева, Е.Ю. Параметрический синтез импульсной потенциометрической следящей системы / Е.Ю. Ватаева, Н.Л. Гречкин, М.С. Брунов // Математические методы и модели в высокотехнологичном производстве. Сборник тезисов докладов III Международного форума. – Санкт-Петербург, 2023. – С. 159-161.

21. Ватаева, Е.Ю. Исследование динамики САУ при изменении точности аппроксимации нелинейного звена / Е.Ю. Ватаева, Брунов М.С., Н.Л. Гречкин, В.Ф. Шишлаков // Завалишинские чтения 23. Сборник докладов XVIII Международной конференции по электромеханике и робототехнике. – Санкт-Петербург, 2023. – С. 186-189.

22. Ватаева, Е.Ю. Установившаяся ошибка в электроприводе постоянного тока независимого возбуждения / Е.Ю. Ватаева, Н.В. Решетникова, С.С. Тимофеев, А.В. Статкевич // Завалишинские чтения 23. Сборник докладов XVIII Международной конференции по электромеханике и робототехнике. – Санкт-Петербург, 2023. – С. 116-118.

23. Ватаева, Е.Ю. Синтез корректирующего устройства для системы стабилизации скорости / Е.Ю. Ватаева, Н.Л. Гречкин, А.В. Амплеева // Завалишинские чтения'23. Сборник докладов XVIII Международной конференции по электромеханике и робототехнике. – Санкт-Петербург, 2023. – С. 203-209.

24. Ватаева, Е.Ю. Решение задачи синтеза линейных САУ обобщенным методом Галеркина / Е.Ю. Ватаева, Н.Л. Гречкин, Д.В. Шишлаков // Завалишинские чтения'23. Сборник докладов XVIII Международной конференции по электромеханике и робототехнике. – Санкт-Петербург, 2023. – С. 96-98.

25. Ватаева, Е.Ю. Синтез ПИД – регулятора обобщенным методом Галеркина / Е.Ю. Ватаева, М.С. Брунов, Н.Л. Гречкин, В.Ф. Шишлаков // Волновая электроника и инфокоммуникационные системы. Материалы XXVI Международной научной конференции. В 3-х частях. – Санкт-Петербург, 2023. – С. 143-147.

26. Ватаева, Е.Ю. Полиномиальная аппроксимация в решении задач синтеза нелинейных САУ / Е.Ю. Ватаева, Н.Л. Гречкин В.Ф. Шишлаков // Волновая электроника и инфокоммуникационные системы. Материалы XXVI Международной научной конференции. В 3-х частях. – Санкт-Петербург, 2023. – С. 161-166.

27. Ватаева, Е.Ю. Полиномиальная и аналитическая аппроксимации при решении задачи синтеза нелинейных САУ / Е.Ю. Ватаева, В.Ф. Шишлаков, Н.Л. Гречкин,

Н.В. Решетникова // Математические методы и модели в высокотехнологичном производстве. Сборник тезисов докладов II Международного форума. – Санкт-Петербург, 2022. – С. 164-167.

28. Ватаева, Е.Ю. Параметрический синтез операторов управления САУ при полиномиальной аппроксимации характеристик нелинейных элементов / Е.Ю. Ватаева // в книге: Молодёжь и будущее авиации и космонавтики. Сборник аннотаций конкурсных работ XIV Всероссийский межотраслевой молодёжный конкурс научно-технических работ и проектов. – Москва, 2022. – С. 73.

29. Ватаева, Е.Ю. Приближенное решение дискретно – непрерывных уравнений при полиномиальной аппроксимации характеристик нелинейных элементов / Е.Ю. Ватаева, В.Ф. Шишляков, Н.В. Решетникова, Д.В. Шишляков // Математические методы и модели в высокотехнологичном производстве. Сборник тезисов докладов I Международного форума. – Санкт-Петербург, 2021. – С. 51-52.

30. Ватаева, Е.Ю. Приближенное решение нелинейных дифференциальных уравнений при полиномиальной аппроксимации характеристик нелинейных элементов / Е.Ю. Ватаева, В.Ф. Шишляков, Н.В. Решетникова, Д.В. Шишляков // Математические методы и модели в высокотехнологичном производстве. Сборник тезисов докладов I Международного форума. – Санкт-Петербург, 2021. – С. 48-50.

31. Ватаева, Е.Ю. Исследование характеристик потенциометрического электропривода / Е.Ю. Ватаева, Н.В. Решетникова, В.Ф. Шишляков, С.С. Тимофеев, Н.Л. Гречкин // Завалишинские чтения'21: XV Международная конференция по электромеханике и робототехнике (СПб., 15-18 апреля 2021 г.): сб. докл. – СПб.: ГУАП, 2021. – С. 172-176.

32. Ватаева, Е.Ю. Исследование потенциометрической маломощной следящей системы в рамках практико-ориентированной подготовки студентов / Е.Ю. Ватаева, Н.В. Решетникова, В.Ф. Шишляков, С.С. Тимофеев, Н.Л. Гречкин // Завалишинские чтения'21: XV Международная конференция по электромеханике и робототехнике (СПб., 15-18 апреля 2021 г.): сб. докл. – СПб.: ГУАП, 2021. – С.166-171.

33. Ватаева, Е.Ю. Решение задачи синтеза нелинейных нестационарных систем автоматического управления / Е.Ю. Ватаева, Н.В. Решетникова, В.Ф. Шишляков // Завалишинские чтения'21: XV Международная конференция по электромеханике и робототехнике (СПб., 15-18 апреля 2021 г.): сб. докл. – СПб.: ГУАП, 2021. – С.163-165.

34. Ватаева, Е.Ю. Моделирование нелинейных систем автоматического управления / Е.Ю. Ватаева // Актуальные проблемы науки и техники /Сборник статей по материалам международной практической конференции (24 января 2020 г., г. Уфа). – Уфа: Изд. НИЦ Вестник науки. – С. 71-79.

35. Ватаева, Е.Ю. Методы исследования САУ в условиях нестационарности / Н.В. Решетникова, Е.Ю. Ватаева // Завалишинские чтения'20: XV Международная

конференция по электромеханике и робототехнике (СПб., 15-18 апреля 2020 г.): сб. докл. – СПб.: ГУАП, 2020. – С. 148-151.

36. Ватаева, Е.Ю. Лабораторный практикум «Системы экстремального регулирования» / Е.Ю. Ватаева, И.Г. Криволапчук, Н.В. Решетникова, Т.Г. Полякова // Завалишинские чтения'20: XV Международная конференция по электромеханике и робототехнике (СПб., 15-18 апреля 2020 г.): сб. докл. – СПб.: ГУАП, 2020. – С. 26-30.

37. Ватаева, Е.Ю. Реализация алгоритма управления 3DOF платформой на базе NI ELVIS II / Е.Ю. Ватаева, Н.В. Решетникова // Инновации в науке и практике. Сборник статей по материалам XVI международной научно-практической конференции (17 апреля 2019 г., г. Барнаул). В 3 ч. Ч.1. – Уфа: Изд. Дендра, 2019. – С. 52-59.

38. Ватаева, Е.Ю. Синтез параметров нелинейных система автоматического регулирования / Е.Ю. Ватаева // Молодёжь и будущее авиации и космонавтики. сборник аннотаций конкурсных работ XI Всероссийский межотраслевой молодёжный конкурс научно-технических работ и проектов. – Москва, 2019. – С. 196.

39. Ватаева, Е.Ю. Параметрический синтез нелинейных систем автоматического управления при полиномиальной аппроксимации / Е.Ю. Ватаева, В.Ф. Шишляков, Н.В. Решетникова, Д.В. Шишляков // Волновая электроника и инфокоммуникационные системы: Двадцать вторая международная научная конференция ГУАП: сб. статей: в 2 ч. Ч.2. – СПб.: ГУАП, 2019. – С. 297-303.

40. Ватаева, Е.Ю. Особенности исследования нестационарных САУ / Н.В. Решетникова, Е.Ю. Ватаева // Волновая электроника и инфокоммуникационные системы: Двадцать вторая международная научная конференция ГУАП: сб. статей: в 2 ч. Ч.2. – СПб.: ГУАП, 2019. – С. 287-292.

41. Ватаева, Е.Ю. Синтез параметров законов управления нелинейных САУ при полиномиальной аппроксимации / В.Ф. Шишляков, Е.Ю. Ватаева, Н.В. Решетникова, Д.В. Шишляков // Завалишинские чтения'18: сб. докл. – СПб.: ГУАП, 2018. – С. 114-118.

42. Ватаева, Е.Ю. Полунаатурный исследовательский комплекс систем экстремального регулирования / В.Ф. Шишляков, Е.Ю. Ватаева, И.Г. Криволапчук // Завалишинские чтения'18: сб. докл. – СПб.: ГУАП, 2018. – С. 108-113.

43. Ватаева, Е.Ю. Синтез параметров САУ при полиномиальной аппроксимации нелинейных характеристик / В.Ф. Шишляков, Е.Ю. Ватаева, Н.В. Решетникова // Инновации в науке и практике / Сборник статей по материалам VII международной научно-практической конференции (28 апреля 2018 г., г. Барнаул). В 5 ч. Ч.2. – Уфа: Изд. Дендра, 2018. – С. 92-98.

44. Ватаева, Е.Ю. Моделирование динамики работы системы экстремального регулирования с запоминанием экстремума / Е.Ю. Ватаева // Молодёжь и будущее авиации и космонавтики. Сборник аннотаций конкурсных работ X Всероссийский межотраслевой молодёжный конкурс научно-технических работ и проектов. Москва, 2018. – С. 109-110.

45. Ватаева, Е.Ю. Гибридное моделирование СЭР на платформе ELVIS-II / Е.Ю. Ватаева, И.Г. Криволапчук, В.Ф. Шишлаков // Автоматизированное проектирование в машиностроении: Материалы V международной заочной научно – практической конференции. – Новокузнецк: НИЦ МС, 2017. – № 5. – С. 90-96.

46. Ватаева, Е.Ю. Моделирование динамики работы систем экстремального регулирования (СЭР) / Е.Ю. Ватаева, И.Г. Криволапчук, В.Ф. Шишлаков // Сборник статей «Мехатроника, автоматика и робототехника: Материалы международной научно-практической конференции». – Новокузнецк: НИЦ МС, 2017. – С. 130-132.

47. Ватаева, Е.Ю. Программный комплекс параметрической оптимизации систем автоматического управления / В.Ф. Шишлаков, А.В. Шишлаков, Е.Ю. Ватаева, Н.В. Решетникова // Современные информационные технологии. Теория и практика. Теория и практика Материалы III Всероссийской научно-практической конференции. Под редакцией Т.О. Петровой. – Череповец, 2017. – С. 75-77.

Отчеты о НИР

48. Ватаева Е.Ю., Шишлаков В.Ф., Солёный С.В., Рысин А.В. Научные основы построения архитектур и систем связи бортовых информационно-вычислительных комплексов нового поколения для авиационных и беспилотных транспортных средств, раздел «Разработка и исследование киберфизических систем управления и диагностики электротехнических и электромеханических комплексов». Отчет о НИР / СПб.: ГУАП, 2022. 77 с.

49. Ватаева Е.Ю., Шишлаков В.Ф., Гречкин Н.Л., Решетникова Н.В., Статкевич А.В., Гончарова В.И. Фундаментальные основы построения помехозащищенных систем космической и спутниковой связи, относительной навигации, технического зрения и аэрокосмического мониторинга, раздел «Разработка методов синтеза операторов управления существенно нелинейных САУ во временной области» Отчет о НИР/ СПб.: ГУАП, 2024. 24 с.