

МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ,
СВЯЗИ И МАССОВЫХ КОММУНИКАЦИЙ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций
им. проф. М.А. Бонч-Бруевича»

На правах рукописи

Царик Владимир Игоревич

**РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ
ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОБРАБОТКИ
СПУТНИКОВЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ В
ГЛОБАЛЬНЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ**

2.2.13. Радиотехника, в том числе системы и устройства телевидения

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Научный руководитель
доктор технических наук, профессор
Глушанков Евгений Иванович

Санкт-Петербург — 2025

Оглавление

Стр.

Введение	6
 Глава 1. ОБОСНОВАНИЕ НЕОБХОДИМОСТИ ПОВЫШЕНИЯ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМ СПУТНИКОВОЙ НАВИГАЦИИ МЕТОДАМИ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ	 16
1.1 Особенности функционирования и основные параметры систем спутниковой навигации	16
1.1.1 Спутниковая навигационная система «ГЛОНАСС»	17
1.1.2 Сигналы, используемые в спутниковых навигационных системах	21
1.1.3 Классификация помеховых сигналов	25
1.1.4 Требования к показателям помехоустойчивости	28
1.2 Методы повышения помехоустойчивости систем спутниковой навигации	31
1.2.1 Широкополосные сигналы	31
1.2.2 Псевдослучайная перестройка рабочей частоты	35
1.2.3 Помехоустойчивое кодирование	38
1.2.4 Пространственная обработка сигналов	41
1.3 Обоснование показателей эффективности пространственной обработки в системах спутниковой навигации	51
1.3.1 Помехоустойчивость	51
1.3.2 Спектральная эффективность	54
1.3.3 Быстродействие	54
1.3.4 Обобщённые показатели	57
1.4 Выводы по главе 1	58

Глава 2. МЕТОДЫ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ В СИСТЕМАХ СПУТНИКОВОЙ НАВИГАЦИИ	60
2.1 Аппроксимация выборочных корреляционных матриц входных сигналов цифровых фильтров	60
2.2 Численные алгоритмы обращения тёплицевых и циркулянтных матриц	68
2.2.1 Обращение циркулянтных матриц с использованием дискретного преобразования Фурье	69
2.2.2 Обращение тёплицевых матриц посредством модифицированного алгоритма типа Левинсона	72
2.2.3 Модифицированный алгоритм Барайсса для обращения тёплицевых матриц	75
2.3 Моделирование алгоритмов пространственной обработки сигналов в MATLAB	79
2.4 Выводы по главе 2	94
Глава 3. МЕТОДЫ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОБРАБОТКИ СПУТНИКОВЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ В ЧАСТОТНОЙ ОБЛАСТИ	96
3.1 Обработка спутниковых навигационных сигналов в частотной области	96
3.1.1 Алгоритм пространственной обработки в частотной области без определения количества и положения источников помехи	98
3.1.2 Алгоритм пространственной обработки в частотной области с определением количества и положения источников помехи	99

3.2	Дополнительные алгоритмы, используемые при обработке в частотной области	101
3.2.1	Алгоритмы определения количества источников помех . .	101
3.2.2	Алгоритмы определения направлений на источники помех	107
3.2.3	Алгоритмы нахождения экстремумов целевых функций для определения направлений на источники помех	110
3.3	Компьютерное моделирование в MATLAB алгоритмов обработки в частотной области	113
3.4	Выводы по главе 3	126

Глава 4.	ПРЕДЛОЖЕНИЯ ПО ПРАКТИЧЕСКОЙ РЕАЛИЗАЦИИ МЕТОДОВ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ В СИСТЕМАХ СПУТНИКОВОЙ НАВИГАЦИИ	128
4.1	Проведение машинных экспериментов по реализации аппаратно-программного комплекса обработки сигналов	129
4.1.1	Схема, аппаратное и программное обеспечение машинных экспериментов	129
4.1.2	Результаты экспериментов по моделированию работы предлагаемого алгоритма обработки	135
4.2	Предложения по реализации аппаратной части аппаратно-программного комплекса	137
4.2.1	Предложения по аппаратному обеспечению на основе отечественной элементной базы	137
4.2.2	Предложения по аппаратному обеспечению на основе импортной элементной базы	140
4.2.3	Предлагаемый вариант реализации аппаратно-программного комплекса обработки сигналов .	143

4.3	Результаты натурных экспериментов с предлагаемым аппаратно-программным комплексом	147
4.3.1	Описание результатов проведённых натурных экспериментов	147
4.3.2	Анализ эффективности по введённым показателям	151
4.4	Выводы по главе 4	155
Заключение		157
Список сокращений и условных обозначений		160
Список литературы		162
Список рисунков		177
Список таблиц		181
Приложение А. Свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ		182
Приложение Б. Акты о внедрении результатов диссертационного исследования		184

Введение

Актуальность темы исследования. Использование глобальных навигационных спутниковых систем (далее — ГНСС) в качестве средства определения местоположения в наши дни широко распространено практически во всех сферах деятельности человека. Изначально данный вид средств позиционирования разрабатывался для применения исключительно вооружёнными силами отдельных государств. Однако со временем ввиду весьма большого потенциала полезного применения ГНСС область их использования была расширена и на сугубо гражданские отрасли. На данный момент решение множества задач в таких критически важных областях, как промышленность, экономика, логистика и транспорт чрезвычайно сильно зависит от средств определения местоположения, использующих ГНСС. На 2025 год насчитывается четыре ГНСС, обеспечивающих непрерывную работу устройств позиционирования на всей земной поверхности: «ГЛОНАСС», «GPS», «Бэйдоу» и «Галилео».

Вместе с областью применения ГНСС с течением времени растёт и количество требований, выдвигаемых к качеству их работы. Одним из них является помехоустойчивость, то есть способность осуществлять исправное позиционирование в условиях наличия в эфире искажающих полезный информационный сигнал помеховых излучений. Данное свойство в некоторой степени присуще стандартной аппаратуре, осуществляющей приём спутниковых навигационных сигналов. Однако ввиду чрезвычайно низкой мощности такого сигнала вблизи поверхности Земли принимающая его система становится весьма уязвимой к воздействию помех различного происхождения. Наряду с внутренними помехами, возникающими в радиотехнических системах естественным образом, серьёзную опасность для средств навигации представляют внешние целенаправленно излучаемые помеховые сигналы. Такие воздействия могут быть не только результатом работы профессиональных систем постановки помех — как наземных, так и установленных на летательных аппаратах, в частности, беспилотных —

но и возникать при излучении с помощью дешёвых переносных любительских устройств, число доступных вариантов которых с годами лишь растёт. Всё вышесказанное обуславливает высокую актуальность задачи повышения помехоустойчивости спутниковых радионавигационных систем.

Одним из известных способов решения данной задачи является фильтрация с использованием в радиотехнических системах многоканальных приёмных антенных решёток. Обработка, задействующая сигналы из пространственно разнесённых каналов решётки называется, соответственно, пространственной. Данный вид сигнальной обработки обладает рядом преимуществ по сравнению с использованием одноканальных фильтров. В частности, увеличение числа антенных элементов решётки позволяет также повысить число потенциально подавляемых источников помех. Кроме того, качество пространственной обработки может быть улучшено при использовании дополнительных временных составляющих обрабатываемых сигналов или фильтрации в частотной области, что делает данную методику достаточно гибким инструментом повышения помехоустойчивости. При этом, несмотря на довольно подробное освещение данного способа обработки в соответствующей литературе, ещё не все его возможности и характеристики изучены в полной мере, особенно в плане практической реализации. Это делает задачу повышения помехоустойчивости ГНСС посредством различных видов пространственной обработки сигналов весьма актуальной и представляющей серьёзный научный интерес.

Степень разработанности темы исследования. Задача повышения помехоустойчивости ГНСС посредством сигнальной обработки достаточно хорошо изучена. Её решению посвящено значительное количество работ отечественных и зарубежных учёных, среди которых стоит выделить труды В. А. Варгаузина, О. В. Горячкина, В. А. Григорьева, В. И. Джигана, Дж. Кейпона (J. Capon), В. Н. Манжоса, Р. А. Монзинго (R. A. Monzingo), Т. У. Миллера (T. W. Miller), А. В. Оппенгейма (A. V. Oppenheim), А. И. Перова, С. Д. Стирнса (S. D. Stearns), Р. Л. Стратоновича, В. И. Тихонова, Г. Л. Ван Триса (H. L. Van Trees), Б. Уидроу (B. Widrow), Г. А. Фокина, В. Н. Харисова, М. Х. Хейеса

(М. Н. Hayes), С. Хейкина (S. Haykin), И. А. Цикина, А. М. Чуднова, Р. У. Шафера (R. W. Schafer) и Я. Д. Ширмана. Многие из результатов, приведённых в работах указанных авторов, являются в основном теоретическими, прикладных исследований — особенно применительно к ГНСС — существенно меньше, либо они рассчитаны лишь на успешное практическое применение только в условиях определённых ограничений. В этой связи можно констатировать, что известные результаты, полученные при решении упомянутой задачи, могут получить плодотворное развитие в ходе дальнейших исследований.

Целью данной работы является повышение помехоустойчивости глобальных навигационных спутниковых систем за счёт применения алгоритмов пространственной обработки сигналов.

Объектом исследования являются методы и алгоритмы пространственной обработки сигналов ГНСС.

Предметом исследования в работе является помехоустойчивость ГНСС при использовании методов и алгоритмов пространственной обработки.

Научной задачей работы является разработка алгоритмов пространственной обработки сигналов, обеспечивающих повышение помехоустойчивости спутниковых радионавигационных систем и обладающих повышенной энергетической эффективностью и пониженной вычислительной сложностью.

Для достижения указанной цели в работе решаются следующие частные **задачи**:

1. Разработать модифицированные алгоритмы обращения тёплицевых и циркулянтных корреляционных матриц входных сигналов пространственного компенсатора помех, оценить их вычислительную сложность и провести сравнительный анализ их работы.
2. Разработать модифицированные алгоритмы пространственной обработки спутниковых навигационных сигналов в частотной области, действующие информацию об окружающей радиотехническую систему по-

меховой обстановке и обладающие повышенной энергетической эффективностью, провести сравнительный анализ их работы.

3. Провести эксперименты по реализации аппаратно-программного комплекса, включающего в себя пространственную обработку входных сигналов, обеспечивающую корректное решение навигационной задачи и обладающую повышенной энергетической эффективностью.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Алгоритм численного обращения эрмитовых тёплицевых корреляционных матриц, обеспечивающий снижение вычислительной сложности на 15–30% по сравнению с известными аналогичными алгоритмами, использующимися при пространственной обработке сигналов.
2. Алгоритмы пространственной обработки спутниковых навигационных сигналов в частотной области, задействующие информацию о числе и местоположении источников помех и обеспечивающие энергетический выигрыш на 5–10 дБ по сравнению с известными алгоритмами пространственной обработки.
3. Аппаратно-программный комплекс пространственной обработки сигналов в помехозащищённом навигационном приёмнике, обеспечивающий решение навигационной задачи при воздействии помех с одновременным энергетическим выигрышем по сравнению с известными вариантами реализации.

Научная новизна результатов исследования состоит в следующем:

1. Предложена новая формула для выборочного приближения корреляционной матрицы входных сигналов пространственного компенсатора помех, впервые позволяющая вычислять её как эрмитову циркулянтную матрицу в случае применения кольцевой антенной решётки.
2. Для обращения тёплицевых корреляционных матриц при решении задачи построения весовых коэффициентов пространственных фильтров применён новый модифицированный алгоритм Барайсса, имеющий по-

ниженную вычислительную сложность по сравнению с другими известными алгоритмами обращения матриц подобной особой структуры.

3. Предложен комплекс алгоритмов пространственной обработки сигналов в частотной области, задействующий новые методы вычисления количества источников помех, оптимизации целевых функций для определения направлений на помехи и обеспечивающий корректную работу алгоритмов обработки и увеличение её энергетического выигрыша по сравнению с другими известными методами с учётом специфики имеющей место помеховой обстановки.
4. Предложен новый аппаратно-программный комплекс обработки сигналов, имеющий в своей основе новый модифицированный алгоритм пространственно-временной обработки и специально подобранные комплекты и обеспечивающий корректную сигнальную обработку с достижением энергетического выигрыша по сравнению с известными реализациями.

Теоретическая и практическая значимость.

Теоретическая значимость результатов работы заключается в следующем:

- проведена модернизация численного метода аппроксимации циркулянтной корреляционной матрицы входного сигнала пространственного компенсатора помех с кольцевой антенной решёткой, на основе модернизации выведена новая формула выборочного приближения эрмитовой циркулянтной корреляционной матрицы;
- проведена модернизация численного алгоритма Барайсса для обращения тёплицевых матриц, на основе которой построен новый алгоритм обращения эрмитовых тёплицевых матриц;
- разработан комплекс алгоритмов пространственной обработки сигналов в частотной области, включающий в себя как методы непосредственной фильтрации сигналов, так и новые алгоритмы поиска информации о количестве и расположении источников помех;

- в рамках реализации аппаратно-программного комплекса пространственной фильтрации спутниковых навигационных сигналов создан новый алгоритм пространственно-временной обработки, полученный в результате модернизации предложенного пространственного алгоритма.

Практическая значимость результатов исследования заключается в том, что разработанные методы сигнальной обработки и сопутствующие алгоритмы, а также предложенный аппаратно-программный комплекс обработки сигналов можно применять в научно-исследовательских и опытно-конструкторских работах при решении задач

- обеспечения корректной работы средств спутниковой навигации в условиях воздействия помех различной природы за счёт повышения их помехоустойчивости;
- имитационного моделирования работы помехозащищённых спутниковых радионавигационных систем в условиях сложной и непрерывно изменяющейся сигнально-помеховой обстановки;
- исследования поведения значений характеристик энергетической и спектральной эффективности и вычислительного быстродействия помехоустойчивых спутниковых радионавигационных систем;
- изучения характеристик качества работы устройств, реализующих отдельные процедуры сигнальной обработки в составе более сложных комплексов помехозащищённого спутникового позиционирования.

Методология и методы исследования. При проведении исследований были использованы методы теории сигналов и их цифровой обработки, теории спутниковой радионавигации, дискретного гармонического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики, машинного обучения, вычислительной математики, экстремальных задач, математического моделирования и инженерии программного обеспечения. Использованные инструменты имитационного моделирования включают в себя программирование на языках C++ и MATLAB.

Достоверность полученных результатов подтверждается:

- корректным применением проверенного математического аппарата;
- результатами имитационного моделирования, машинных и натурных экспериментов;
- соответствием полученных результатов предшествующим исследованиям;
- обсуждением результатов на международных научных конференциях и их публикацией в рецензируемых научных журналах.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались и обсуждались со специалистами на российских и международных научных конференциях:

- Всероссийская научно-методическая конференция «Подготовка профессиональных кадров в магистратуре для цифровой экономики» (Санкт-Петербург, 2021 г., 2022 г.);
- Международная научно-техническая и научно-методическая конференция «Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании» (Санкт-Петербург, 2022 г., 2024 г.);
- Международная отраслевая научно-техническая конференция «Технологии информационного общества» (Москва, 2022 г.);
- Международная конференция «2023 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications» (Москва, 2023 г.).
- Международная конференция «IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS)» (Батуми, Грузия, 2023 г.; Ереван, Армения, 2024 г.)

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 16 печатных изданиях, 4 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК, 3 — в изданиях, индексируемых Scopus, 5 — в сборниках трудов конференций, индексируемых РИНЦ, 4 представляют собой отчёты о научно-исследовательской работе. Зарегистрированы 2 программы для ЭВМ.

Реализация результатов работы. Полученные в диссертационной работе результаты были внедрены в АО «ЭЛАРА» при проведении опытно-кон-

структорских работ по разработке блока подавления помех спутниковой навигационной аппаратуры, а также в Санкт-Петербургском государственном университете телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича в рамках научно-исследовательской работы «РАСТР», что подтверждается полученными актами о внедрении, приведёнными в приложении Б, и подготовленными отчётами о научно-исследовательской работе.

Соответствие паспорту специальности. Диссертация соответствует следующим пунктам паспорта специальности 2.2.13 «Радиотехника, в том числе системы и устройства телевидения»:

- 3. Разработка и исследование радиотехнических устройств и систем, обеспечивающих улучшение характеристик точности, быстродействия и помехоустойчивости.
- 5. Разработка и исследование алгоритмов, включая цифровые, обработки сигналов и информации в радиотехнических устройствах и системах различного назначения, в том числе синтез и оптимизация алгоритмов обработки.
- 6. Разработка и исследование методов и алгоритмов обработки сигналов и информации в радиотехнических устройствах и системах различного назначения, включая системы телевидения и передачи информации, при наличии помех с целью повышения помехоустойчивости.
- 8. Разработка и исследование радиотехнических устройств и систем передачи информации, в том числе эфирных, радиорелейных и космических, с целью повышения их пропускной способности, помехоустойчивости и помехозащищённости.

Личный вклад. Диссертационная работа выполнена лично автором, все результаты теоретических и экспериментальных исследований получены автором самостоятельно. В работах, опубликованных в соавторстве, соискателю принадлежит основная роль при постановке и решении задач, а также обобщении полученных результатов. Доклады на конференциях сделаны автором лично.

Объём и структура работы. Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения и 2 приложений. Полный объём диссертации составляет 185 страниц, включая 42 рисунка и 16 таблиц. Список литературы содержит 125 наименований.

Содержание работы. Во введении к работе обоснована актуальность темы исследования, определены его объект и предмет, сформулированы цели и задачи диссертационной работы, раскрыты научная новизна и практическая значимость полученных результатов, представлены положения, выносимые на защиту, а также приведены сведения об апробации работы и публикациях по её теме.

В первой главе работы приводится общее описание ГНСС и их свойств, а также излучаемых ими сигналов. Обосновывается актуальность задачи повышения помехоустойчивости ГНСС. Приводится классификация помеховых воздействий и описываются некоторые известные методы борьбы с ними, среди которых отдельно указываются алгоритмы пространственно-временной обработки. Определяются различные показатели качества повышения помехоустойчивости ГНСС.

Во второй главе рассматривается обработка сигналов пространственными фильтрами, действующими матрицу, обратную к корреляционной матрице входного сигнала компенсатора помех. Вводится новая формула выборочного приближения корреляционных матриц радиотехнических систем с кольцевыми антенными решётками в эрмитовом циркулянтном виде. Приводится описание разработанного алгоритма обращения эрмитовых тёплицевых корреляционных матриц и его сравнение с другими известными методами обращения с точки зрения вычислительной сложности. Излагаются результаты компьютерного моделирования с использованием реальных сигналов ГНСС и помех, а также предложенных формулы и алгоритма.

В третьей главе описываются методы пространственной обработки сигналов в частотной области. Рассматриваются как алгоритмы, не действующие никакой информации об окружающей радиотехническую систему помеховой

обстановке, так и методы, использующие при обработке сведения о количестве источников помех и об относительных угловых направлениях на них. Вводятся различные дополнительные алгоритмы, обеспечивающие соответствующие методы обработки необходимой информацией. Описываются результаты компьютерного моделирования с использованием реальных сигналов ГНСС и некоррелированных энергетических помех, а также всех рассмотренных алгоритмов. Выделяются методы обработки с наилучшими характеристиками качества повышения помехоустойчивости.

В четвёртой главе описывается реализация аппаратно-программного комплекса пространственной обработки сигналов в помехозащищённом навигационном приёмнике, обеспечивающего корректное позиционирование при одновременном воздействии помех. Предлагается алгоритм пространственно-временной обработки, правильность его работы проверяется посредством компьютерного моделирования с реальными сигналами ГНСС и помехами. Описывается проект реализации аппаратно-программного комплекса, подбираются конкретные комплектующие, реализующие отдельные этапы обработки. Приводится описание результатов испытаний по приёму и обработке построенным аппаратно-программным комплексом реальных сигналов ГНСС с добавлением некоррелированных энергетических помех.

Глава 1. ОБОСНОВАНИЕ НЕОБХОДИМОСТИ ПОВЫШЕНИЯ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМ СПУТНИКОВОЙ НАВИГАЦИИ МЕТОДАМИ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

В данной главе рассматриваются основные понятия, связанные с ГНСС, описываются передаваемые ими сигналы, различные их свойства и характеристики. Особенно важным свойством сигналов ГНСС в контексте данной работы является их помехоустойчивость (далее — ПУ), то есть способность исправно выполнять свою функцию — передачу навигационной информации — при одновременном воздействии помеховых сигналов различной природы. В этой связи также приводится классификация потенциальных помеховых воздействий и описание различных известных методов повышения ПУ сигналов ГНСС. Качество работы каждого из приведённых методов улучшения ПУ может быть оценено с помощью особых количественных показателей, определения которых представлены в заключительном разделе данной главы вместе с типовыми значениями для случая ГНСС.

1.1 Особенности функционирования и основные параметры систем спутниковой навигации

Изначально разрабатывавшиеся для применения в военном деле, ГНСС в наши дни широко распространены во многих отраслях гражданской направленности. Такие критически важные области деятельности человека, как связь, авиация (как пилотируемая, так и беспилотная), грузоперевозки, а также правоприменение и финансовый сектор постепенно становятся всё более зависимыми от использования спутниковой навигации. При этом, несмотря на высокую степень распространённости и изученности ГНСС, технология корректного приёма

спутниковых сигналов продолжает обладать рядом особенностей и сложностей, число которых со временем лишь увеличивается в связи с постепенным расширением области применения ГНСС. Далее будут рассмотрены характерные особенности работы ГНСС и связанные с ними параметры отдельных составляющих таких систем. Особое внимание будет уделено двум ГНСС: «GPS» (сокр. от «Global positioning system», с англ. — «Глобальная система позиционирования»), разработанной в Соединённых Штатах Америки, и «ГЛОНАСС» (сокр. от «Глобальная навигационная спутниковая система»), созданной в Союзе Советских Социалистических Республик и ныне поддерживаемой Российской Федерацией.

1.1.1 Спутниковая навигационная система «ГЛОНАСС»

Особую значимость в рамках данного исследования имеет ГНСС ГЛОНАСС. Это связано с продолжающейся эксплуатацией данной системы Российской Федерацией (как государством-правопреемником Советского Союза) и, как следствие, использованием этой ГНСС в качестве одного из основных средств спутниковой навигации, применяемых во множестве критически важных областей, таких как транспорт, экономика, промышленность, военно-промышленный комплекс, географические и метеорологические исследования и многих других. В связи с протекающими в первой четверти XXI века геополитическими процессами наблюдается постепенное снижение доли использования зарубежных ГНСС в указанных областях вместе с одновременным ростом степени задействования отечественной системы ГЛОНАСС и ожидается, что данная тенденция будет сохраняться в достаточно долгосрочной перспективе. Поэтому видится естественным и необходимым также и рост научного интереса к исследованию текущих и потенциальных возможностей данной ГНСС, а также увеличение числа соответствующих научных публикаций. Уже в послед-

ние годы стали появляться публикации, подчёркивающие важность изучения и совершенствования системы ГЛОНАСС [1] и отмечающие серьёзность роли, которую она играет в современном военном деле, в частности, при создании высокоточного оружия нового поколения и сопряжённой с ним системы обслуживания [2]. При этом одним из наиболее важных аспектов работы системы ГЛОНАСС, требующих всестороннего изучения, является её ПУ, подлежащая качественному повышению. Данное направление представляется особенно актуальным в связи с непрерывной и постоянно растущей угрозой негативного воздействия на отечественные навигационные системы средств радиоэлектронной борьбы соседних недружественных стран.

Система ГЛОНАСС состоит из трёх подсистем:

1. навигационные спутники ГЛОНАСС, находящиеся на соответствующих орбитах;
2. наземные пункты контроля и управления;
3. навигационная аппаратура потребителей.

Именно последняя из приведённых подсистем является наиболее уязвимой к воздействию помех различных видов, что будет более подробно описано ниже. Базовая орбитальная подсистема состоит из 24 спутников (21 активный и 3 запасных), которые вращаются по трём почти круговым околоземным орбитам высотой от 18840 до 19440 км, разнесённым друг от друга на 120° по долготе. На каждой орбите расположено по восемь спутников, равномерно распределённых в орбитальных плоскостях со сдвигом в 45° . Период обращения по каждой орбите составляет 11 ч 15 мин. В каждой точке земной поверхности в видимой части неба потребитель может в любой момент времени наблюдать не менее 4 спутников и принимать от них сигнал достаточного качества для точного позиционирования. Как известно, при отсутствии какой-либо априорной информации о расположении потребителя и спутников, а также при невозможности измерения местоположения приёмника неспутниковыми методами для верного позиционирования потребителю необходимо принимать сигналы как минимум от 4 различных спутников [3]. Таким образом, такая конфигурация орбиталь-

ной группировки позволяет обеспечить полное и непрерывное покрытие земной поверхности и околоземного атмосферного и ближнекосмического пространств [4]. В аналогичных условиях функционирует основной оппонент ГЛОНАСС — ГНСС GPS, имеющая в своём составе 32 спутника, из которых в произвольный момент времени из любой точки на поверхности Земли можно наблюдать от 5 до 15 космических аппаратов [5].

На рис. 1.1 показано имеющее место в системе ГЛОНАСС на 19 января 2025 года распределение по поверхности Земли значений пространственного коэффициента PDOP (сокр. от англ. «position dilution of precision» — «ухудшение точности положения») — одной из компонент (наряду с временной) коэффициента геометрии, определяющего величину пространственно-временной ошибки определения местоположения потребителя [4]. Из данного рисунка видно, что почти по всей земной поверхности значения ошибки позиционирования минимальны и увеличиваются в основном только в некоторых областях Мирового океана. На указанную дату на орбите находилось максимальное количество спутников системы ГЛОНАСС — 24 космических аппарата. Ещё два дополнительных спутника находились на этапе лётных испытаний [6].

При проектировании орбитальной расстановки спутников системы были также учтены необходимость в уходе от резонанса с вращением Земли и в обеспечении движения всех спутников по одному следу относительно поверхности планеты — так называемой изомаршрутности. Данные факторы способствуют повышению точности позиционирования, увеличению устойчивости спутниковой группировки и исключению необходимости коррекций спутников в течение всего срока их активного существования, который составляет до 7 лет для космических аппаратов «Глонасс-М» (22 аппарата на орбите на данный момент) и до 10 лет для более новых моделей спутников «Глонасс-К» (2 аппарата на орбите). Свойство изомаршрутности не было реализовано в ГНСС GPS, запущенной ранее ГЛОНАСС, однако в более поздних ГНСС — «Бэйдоу» (Китайская Народная Республика) и «Галилео» (Европейский Союз) — оно учитывается [8]. Также сигналы системы ГЛОНАСС более доступны на широтах выше 50° по

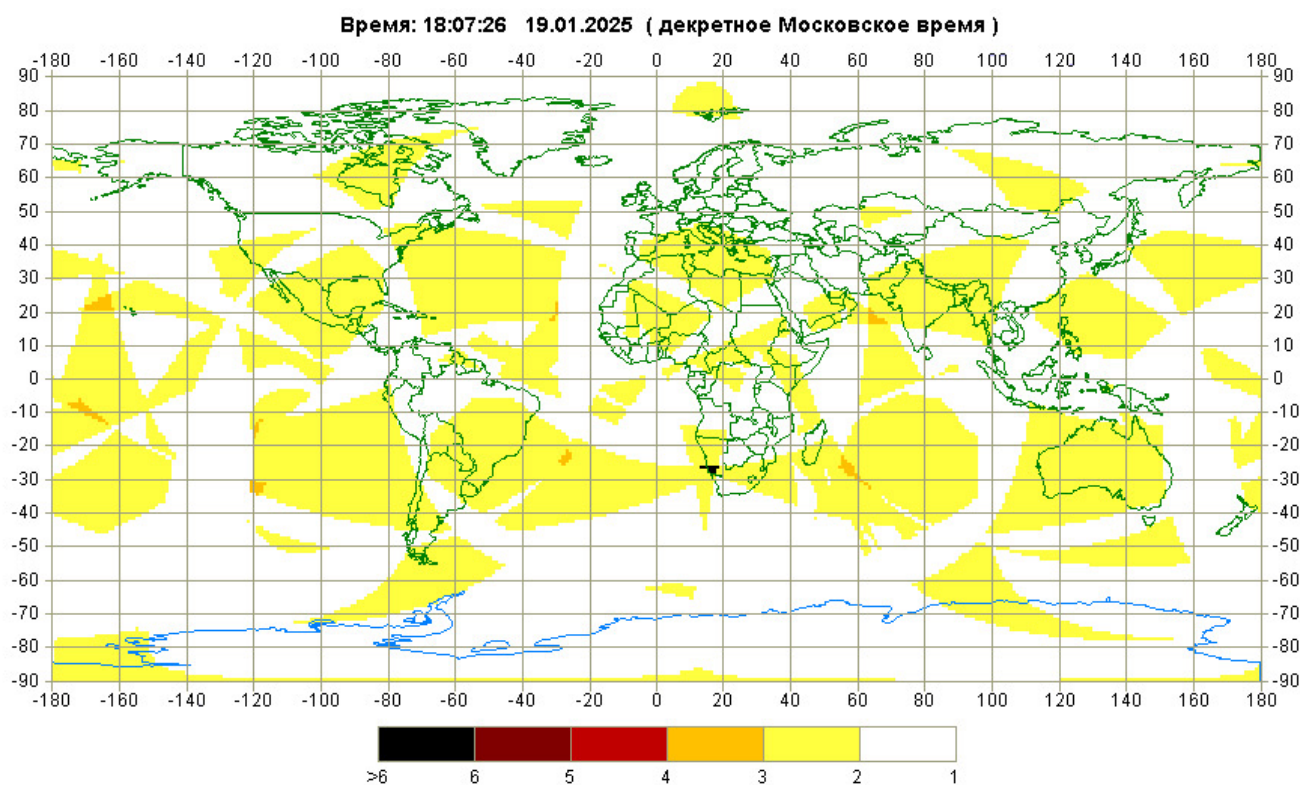


Рисунок 1.1 — Значения позиционного геометрического фактора PDOP системы ГЛОНАСС по земной поверхности при угле места не менее 5° по состоянию на 18:07 (московское время) 19 января 2025 года. Источник изображения: [7].

сравнению с сигналами GPS в связи с бóльшим наклонением орбит спутников ГЛОНАСС. Известно, что с уменьшением угла места находящегося в небе спутника относительно наблюдателя на Земле мощность передаваемого спутникового сигнала снижается за счёт увеличения влияния на него отдельных слоёв земной атмосферы. По этой причине обычно сигналы от спутников, угол места которых в данный момент времени не превосходит примерно 10° , считаются слабыми [4; 9].

Сигналы, передаваемые разными спутниками системы ГЛОНАСС, различаются в соответствии с принципом множественного доступа с частотным разделением (далее — МДЧР). Он заключается в использовании каждым спутником отдельной несущей частоты для передачи информационного сигнала. Таким способом реализуется возможность различения спутников системы, основанного на частотной ортогональности излучаемых сигналов. В системе ГЛОНАСС используется два поддиапазона несущих частот, обозначаемых G1 и G2. Они

включают в себя соответственно следующие наборы несущих частот, измеряющихся в МГц:

$$f_k^{G1} = 1602 + 0.5625k, \quad f_k^{G2} = 1246 + 0.4375k \quad (1.1)$$

для $k = -7, -6, \dots, 5, 6$. При этом обычно спутники ГЛОНАСС, находящиеся в противоположных точках орбиты и, как следствие, невидимые для одного и того же потребителя одновременно, работают на одинаковых несущих частотах с целью более рационального использования частотного диапазона. Ширина полосы спутникового сигнала ГЛОНАСС на любой несущей частоте составляет 10 МГц [4].

Эфемериды, передаваемые спутниками ГЛОНАСС, представляют собой геоцентрические координаты, соответствующие системе геодезических параметров ПЗ-90. Эта система является декартовой: её центр совпадает с центром Земли, ось Z направлена в сторону Северного полюса, ось X лежит в пересечении плоскости, содержащей Гринвичский меридиан, с экваториальной плоскостью, а ось Y дополняет данную пару осей до правой тройки. Для определения координат точки на земной поверхности в данной системе используется эллипсоид специального вида, определяющийся четырьмя геодезическими параметрами. Время в ГНСС ГЛОНАСС отсчитывается так же, как и в системе всемирного координированного времени UTC с дополнительным сдвигом в 3 часа, символизирующим разницу между гринвичским и московским временем [10].

1.1.2 Сигналы, используемые в спутниковых навигационных системах

Построение сигналов, излучаемых ГНСС, выполняется таким образом, чтобы обеспечивать максимальные возможности в отношении скорости передачи и получения переносимых сигналами данных, их объёма, а также количества пользователей ГНСС и отсутствия взаимного негативного влияния меж-

ду разными системами. Наилучшему описанию типового сигнала, излучаемого спутником в составе ГНСС, служит так называемая трёхслойная модель, в соответствии с которой спутниковый сигнал представляется в виде произведения трёх зависящих от времени функций («слоёв»). Конкретный вид каждой из данных функций выбирается при построении сигнала ГНСС из соображений, связанных с техническими требованиями и ограничениями, возникающими по отношению к устройству передающих и принимающих систем, а также к свойствам среды распространения сигналов.

Базовый «слой» — физический — представляет собой гармоническое колебание $\cos(2\pi f_c t)$ с несущей частотой f_c , лежащей для сигналов ГНСС в диапазоне от 1 до 2 ГГц, соответствующем дециметровым волнам или, по определению института инженеров электротехники и электроники (англ. Institute of Electrical and Electronics Engineers, сокр. IEEE), так называемому L-диапазону частот. Так, несущая частота сигнала ГНСС GPS диапазона L1 равна 1575,42 МГц. При использовании технологии МДЧР сигналы ГНСС могут излучаться на нескольких различных несущих частотах. Как указывалось выше, именно такой способ передачи информационных сигналов реализован в системе ГЛОНАСС. Набор её несущих частот описывается выражением (1.1).

Функция, задающая второй «слой», называется дальномерным кодом и представляет собой псевдослучайную периодическую последовательность (далее — ПСП) $c(t)$, состоящую из прямоугольных импульсов единичной амплитуды и синхронизированную со связанной с ГНСС системой отсчёта времени и с навигационным сообщением, переносимым сигналом, с целью обеспечения возможности измерения времени распространения сигнала. Существуют коды стандартной точности (англ. coarse acquisition, сокр. C/A), используемые в гражданских приложениях, и высокой точности (англ. precision, сокр. P), предназначенные для применения в военных целях. В системе GPS с целью различения спутников используется технология множественного доступа с кодовым разделением (далее — МДКР), в соответствии с которой дальномерный код для каждого спутника ГНСС задаётся одной из ПСП Голда, любые две из которых

не только не равны, но и взаимно некоррелированы. Иными словами, любые два таких дальномерных кода будут различимы вследствие их взаимной кодовой ортогональности. Это позволяет обрабатывать сигналы, приходящие от каждого из спутников, по отдельности, отделяя их друг от друга посредством корреляции пришедшего сигнала с локально генерируемыми копиями кодов Голда [11]. В свою очередь, в системе ГЛОНАСС для каждого спутника используется один и тот же дальномерный код, представляющий собой М-последовательность, а различение спутников осуществляется за счёт разных несущих частот, в соответствии с упомянутым выше принципом МДЧР [4].

Третий «слой» состоит из собственно навигационного сообщения — непериодической последовательности $d(t)$, несущей в себе информацию о различных временных и кинематических характеристиках спутников системы и позволяющей в результате соответствующей обработки сигнала решить навигационную задачу — определить положение и скорость потребителя в данный момент времени. Длина одного символа навигационного сообщения обычно гораздо больше периода дальномерного кода, а ширина полосы последовательности $d(t)$ меньше, чем у $c(t)$, причём за счёт непериодичности сигнала $d(t)$ его спектр будет непрерывным. Поэтому при перемножении последовательностей $c(t)$ и $d(t)$ получится сигнал с непрерывным спектром и шириной полосы, равной ширине полосы дальномерного кода. Иными словами, в сигналах ГНСС используется техника расширения спектра методом прямой последовательности, которая будет более подробно описана ниже. Дальномерные коды в этой связи также иногда называются расширяющими кодами. Взаимная временная синхронизация последовательностей $c(t)$ и $d(t)$, обеспечивающая высокую точность навигации, выполняется с помощью установленных на спутнике атомных часов, погрешность которых не превышает 10^{-12} с [10].

С учётом всего сказанного выше, посылаемый спутником полезный сигнал $s(t)$ можно схематически представить в виде

$$s(t) = \sqrt{2P_s} c(t) d(t) \cos(2\pi f_c t), \quad (1.2)$$

где P_S — мощность излучаемого сигнала. В зависимости от мощности излучения и усиления излучающих антенн, а также потерь сигнала, определяющихся расстоянием до спутника и величиной его угла места, минимальная мощность сигнала, принимаемого вблизи поверхности Земли, равна примерно -160 дБВт, что является достаточно малым значением [9].

Часто сигналы ГНСС используют для передачи нескольких дальномерных кодов и навигационных сообщений на одной и той же несущей частоте. В этом случае сигнал представляется в виде комбинации двух составляющих: исходной синфазной (англ. in-phase, сокр. I), задаваемой выражением (1.2), и квадратурной (англ. quadrature, сокр. Q), отличающейся от первой сдвигом по фазе на $\pi/2$. Так, для двух разных дальномерных кодов $c_1(t)$ и $c_2(t)$, двух разных навигационных сообщений $d_1(t)$ и $d_2(t)$ и двух разных мощностей излучения P_{S_1} и P_{S_2} такое представление будет иметь вид [10]

$$s_{IQ}(t) = \sqrt{2P_{S_1}}c_1(t)d_1(t)\cos(2\pi f_c t) + \sqrt{2P_{S_2}}c_2(t)d_2(t)\sin(2\pi f_c t). \quad (1.3)$$

Часто слагаемые, входящие в выражение (1.3), также рассматриваются соответственно как вещественная и мнимая части комплекснозначного сигнала, либо как отдельные компоненты сигнала, представленного в виде двумерной функции [12].

Вследствие постоянного перемещения спутников по околоземной орбите, а также возможного движения в пространстве принимающей аппаратуры, для сигналов ГНСС имеет место эффект Доплера. Это выражается в появлении в формулах (1.2) и (1.3) временного сдвига, определяемого доплеровским смещением частоты f_d , которое задаётся выражением

$$f_d = \frac{v_R}{\lambda}, \quad (1.4)$$

где v_R — радиальная скорость взаимного движения между спутником и приёмником, λ — длина волны спутникового сигнала. Величина (1.4) может принимать как положительные, так и отрицательные значения в зависимости от того, сближаются ли спутник и приёмник или отдаляются. В случае сигналов систем

GPS и ГЛОНАСС и неподвижного приёмника величина доплеровского сдвига по модулю не превосходит 5 кГц, при наличии движения с высокой скоростью — 10 кГц. Одной из составных частей приёмника является модуль, выполняющий операцию подбора соответствующего приходящему сигналу частотного сдвига и его снятия посредством переноса частоты. Обычно длина шага поиска при подборе частоты в данном модуле равна примерно 500 Гц [4; 11].

1.1.3 Классификация помеховых сигналов

Упомянутая выше чрезвычайно низкая мощность сигналов ГНСС вблизи поверхности Земли приводит к проблеме серьёзной уязвимости данных сигналов к воздействию различного рода помех, под влиянием которых полезный спутниковый сигнал искажается и может терять значительную часть переносимой им навигационной информации. Это выражается в снижении количества видимых приёмником спутников и, как следствие, ухудшении точности позиционирования вплоть до полного прекращения корректной работы средств навигации.

С точки зрения наличия, интенсивности и характера перемещений источников помехи относительно приёмного устройства можно разделить злокачественные воздействия на низко- и высокодинамичные; последние приводят к особенно серьёзному ухудшению качества работы радиотехнических систем за счёт усложнения соответствующей обработки сигналов и быстрому устареванию её результатов. По отношению к динамике работы источников помех последние можно также разделить на непрерывно работающие и импульсные [13]. В соответствии с другой классификацией помехи делятся на две большие группы: естественные и искусственные. К первой группе относят всевозможные факторы, которые могут воздействовать на электромагнитную волну при её прохождении сквозь пространство. Сюда относятся отражения, преломления, ди-

фракция, рассеяние, многолучёвость, ионосферные и тропосферные задержки, затухания и эффект Доплера. В отличие от тропосферных задержек, влияние на сигналы L-диапазона дождя, облаков и тумана пренебрежимо мало, вследствие чего ГНСС считаются работоспособными при любой погоде [14].

Искусственные помехи, в свою очередь, также делятся на две группы: целенаправленные и непреднамеренные. Последние можно дополнительно классифицировать следующим образом [10; 14]:

1. По отношению к полосе исследуемого полезного сигнала:
 - а) внутрисистемные;
 - б) внеполосные.
2. По отношению к ГНСС, к которой принадлежит сигнал:
 - а) внутрисистемные (исходящие от спутников той же ГНСС);
 - б) межсистемные (источником которых являются спутники какой-либо другой ГНСС).
3. По отношению к исследуемому каналу связи:
 - а) внутриканальные (связанные с проблемами размещения ресурсов в канале);
 - б) межканальные (источником которых служат утечки из каналов, соседних с данным).

Среди преднамеренных помех выделяются следующие три вида [10]:

1. Глушение (англ. jamming) — заполнение эфира сигналами мощности гораздо более высокой, чем мощность полезных навигационных сигналов с целью их потери системами слежения, либо обеспечения невозможности повторного их захвата приёмной аппаратурой. Может быть узкополосным («прицельным») или широкополосным («блокирующим») [13].
2. Спуфинг (англ. spoofing) — излучение фальшивых сигналов, имеющих структуру настоящих, с целью изменения вычисляемых в приёмниках составляющих навигационного решения.

3. Миконинг (англ. meaconing, от «masking beacon» — «маскирующийся маяк») — аналогичный спуфингу метод постановки помех, отличающийся тем, что фальшивые сигналы получаются не посредством генерации, а с помощью приёма настоящих сигналов, их задержки и переизлучения.

Известно, что самой универсальной и устойчивой по отношению к применению различных способов повышения ПУ в ГНСС является шумовая заградительная помеха, представляющая собой аддитивный белый гауссовский шум (далее — АБГШ), покрывающий весь рабочий диапазон частот конкретной ГНСС и имеющий достаточную мощность для внесения значительных искажений в передаваемую ГНСС информацию [15]. Более гибким подходом к наиболее качественному глушению полезных информационных сигналов (в частности, сигналов ГНСС) является использование так называемых оптимизированных помех, которые воздействуют на приёмо-передающую систему наихудшим для неё образом в условиях ограниченной мощности устройств, излучающих помехи. Формирование оптимизированных помех осуществляется посредством рассмотрения задачи оптимального глушения полезных сигналов в виде антагонистической игры, игроками в которой выступают ГНСС и её пользователь с одной стороны и постановщик помех с другой. В результате решения такой задачи в соответствии с известными результатами теории игр из множества стратегий постановщика помех выбирается оптимальная, соответствующая ситуации минимизации функции вероятности безошибочного приёма навигационных сообщений и определяющая наилучшую частотно-энергетическую конфигурацию помех [16; 17]

В то время как случаев применения спуфинга и миконинга фиксируется достаточно немного, число инцидентов, связанных с глушением навигационных сигналов, в последние годы продолжает расти. При этом известны не только случаи глушения спутниковой навигации на достаточно большой территории — обычно это делается вооружёнными силами отдельных стран в связи с проведе-

нием вблизи их границ военных учений армий стран-оппонентов — но и относительно локальные инциденты глушения спутниковой связи, например, вблизи аэропортов или отдельных участков крупных автомобильных дорог. Причиной учащения случаев местного глушения спутниковой навигации является появление на рынке доступных портативных средств заглушения эфира, малой мощности которых оказывается достаточно, чтобы подавить ещё менее мощные спутниковые сигналы в радиусе нескольких десятков метров от места излучения [18].

Особенности устройства приёмной аппаратуры ГНСС позволяют им выдерживать помехи определённого уровня, но для того, чтобы обеспечить исправное функционирование системы в условиях мощного помехового воздействия, необходимо добавить к ней дополнительные средства обработки поступающих на вход сигналов — специальные антенны и фильтры, в том числе адаптивные. С учётом приходящих на вход приёмной аппаратуры помех различной природы совокупный сигнал в каналах системы цифровой обработки принимает вид суммы всех полезных спутниковых сигналов, шума и помех, причём, как правило, уровень суммарного полезного сигнала не превосходит уровень шума, который, в свою очередь, не превосходит уровень суммарной помехи [10]. В данной работе рассматриваются методы обработки сигналов именно такой структуры, причём под помехами всегда подразумеваются пространственно разнесённые некоррелированные широкополосные энергетические помехи, осуществляющие глушение полезных спутниковых сигналов.

1.1.4 Требования к показателям помехоустойчивости

Способность аппаратуры, принимающей спутниковые сигналы, исправно функционировать под воздействием внешних помех называется помехоустойчивостью [4]. Степень присущести данного свойства некоторой радиотехнической

системе в некотором её состоянии в произвольный момент времени может быть количественно выражена с помощью различных числовых показателей.

В условиях отсутствия воздействия на приёмник внешних помеховых сигналов или при достаточно малой их мощности существенное влияние на ПУ системы оказывает только внутренний шум приёмника. Его спектральная плотность вычисляется по формуле

$$N_0 = kT_0K_{\text{ш}},$$

где $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана, T_0 — температура в Кельвинах, $K_{\text{ш}}$ — коэффициент шума приёмника, обычно выражаемый в децибелах. При типовых значениях параметров ($T_0 = 290$ К, $K_{\text{ш}} = 4$ дБ) спектральная плотность шума равняется примерно -200 дБВт/Гц. В свою очередь, мощность N шума определяется как произведение спектральной плотности N_0 шума и ширины полосы пропускания B приёмника ($N = N_0B$) и измеряется в ваттах [4].

Данные параметры внутреннего шума приёмника позволяют ввести такую характеристику его ПУ при отсутствии внешних помех, как отношение сигнал/шум (далее — ОСШ; англ. signal-to-noise ratio, сокр. S/N), которое определяется как отношение мощностей сигнала и шума, выраженное в децибелах:

$$S/N = 10 \lg \frac{P_s}{N}. \quad (1.5)$$

Существует также независимый от полосы сигнала аналог ОСШ — отношение несущая/шум (далее — ОНШ; англ. carrier-to-noise ratio, сокр. C/N_0), которое равно отношению мощности P_r несущей сигнала к спектральной плотности N_0 шума, выраженному в дБГц:

$$C/N_0 = 10 \lg \frac{P_r}{N_0}. \quad (1.6)$$

Значение ОНШ обычно применяется при исследовании сигналов непосредственно на входе приёмника, в то время как ОСШ используется в отношении сигналов, прошедших через демодулятор. При минимальной мощности спутникового сигнала на входе приёмника, равной, как указывалось выше, -160 дБВт, и отсутствии внешних помех соответствующее значение ОНШ примерно равно 40

дБГц и зависит от времени накопления сигнала в обнаружителе приёмника. Сигналы, значение ОНШ которых не превосходит 33 дБГц, принято считать слабыми [4; 10].

В условиях воздействия на приёмник внешних помех характеристикой его ПУ может служить отношение мощности сигнала к совокупной мощности помех и шума (далее — ОСПШ; англ. signal-to-interference-plus-noise ratio, сокр. *SINR*). В связи с тем, что помехи чаще всего представляют собой сигналы, взаимно независимые с шумовыми, выражение для ОСПШ может быть получено из формулы (1.5) прибавлением к мощности шума мощности P_I помех [19]:

$$SINR = 10 \lg \frac{P_S}{P_I + N}. \quad (1.7)$$

Ещё одним показателем ПУ приёмника в случае присутствия в среде помех является так называемый коэффициент подавления (далее — КП) помех, равный максимальному значению отношения мощности P_I помехи к мощности P_S полезного сигнала, при котором система ещё может выполнять решение навигационной задачи с необходимой точностью, выраженному в децибелах:

$$K_{\Pi} = 10 \lg \frac{P_I}{P_S}. \quad (1.8)$$

Типовые значения K_{Π} сильно варьируются в зависимости от многих факторов. К таковым относятся часть приёмника, относительно которой производится измерение K_{Π} (коррелятор и системы слежения за частотой, фазой и задержкой), когерентность или некогерентность приёмника, динамика движения приёмной аппаратуры, взаимное пространственное расположение приёмника и источников помех, тип помехового воздействия, направление его излучения, многолучёвость его распространения и другие. Средним типовым значением коэффициента подавления при стандартных значениях других характеристик радионавигационной системы можно считать 40 дБ [4].

1.2 Методы повышения помехоустойчивости систем спутниковой навигации

Применяемые в ГНСС способы повышения ПУ можно разделить на две группы: методы, используемые исключительно до выполнения процедуры демодуляции полезного сигнала, и предполагающие наличие возможности применения после неё. Далее будут описаны такие методы, относящиеся к первой группе, как использование широкополосных сигналов (далее — ШПС), а также различных алгоритмов пространственной обработки. Из методов повышения ПУ второй группы будут упомянуты такие способы, как псевдослучайная перестройка рабочей частоты (далее — ППРЧ) и применение помехоустойчивого кодирования.

1.2.1 Широкополосные сигналы

Одним из фундаментальных приёмов, направленных на повышение ПУ радиотехнической системы, является применение в такой системе ШПС, также известных как сложные сигналы, шумоподобные сигналы или сигналы с расширенным (или распределённым) спектром. Формальные определения ШПС, приводимые в разных работах по соответствующей тематике, сильно варьируются в зависимости от специфики конкретной задачи, подлежащей решению. Однако наиболее распространённым и универсальным является определение ШПС, согласно которому ширина B полосы и длительность T такого сигнала связаны соотношением

$$BT \gg 1 \quad (1.9)$$

и при этом полосой такого сигнала можно управлять независимо от длительности. В соответствии с данным определением, энергия ШПС в частотно-вре-

менной области будет относительно равномерно распределена внутри прямоугольника с площадью много большей единицы. При этом в системах связи, использующих ШПС, ширина полосы сигнала всегда намного превосходит ширину полосы переносимого таким сигналом информационного сообщения [20; 21].

Применение в радиотехнических системах ШПС позволяет наделить такие системы рядом полезных качеств. Среди них — возможности обеспечения электромагнитной совместимости широкополосных систем связи с узкополосными и лучшего по сравнению с ними использования полосы частот, борьбы с многолучевым распространением волн путём разделения лучей, совместимости передачи информации с измерением параметров движения объекта в случае подвижных систем связи, организации одновременной работы нескольких пользователей в одной полосе по принципу кодового разделения. Помимо указанных, системы с ШПС также обладают несколькими дополнительными преимуществами, особенно важными в контексте данного исследования. Например, использование в радиотехнической системе ШПС позволяет существенно увеличить её ПУ по отношению как к узкополосным, так и к широкополосным (заградительным) помехам. Это связано с тем, что при обработке ШПС согласованным фильтром (далее — СФ) происходит усиление сигнала (а следовательно, и подавление помех) примерно в $2BT$ раз. Поэтому в условиях ограниченных мощностных ресурсов системы увеличение значения величины BT , то есть использование ШПС, повышает также и устойчивость системы к некоторым видам помех. В этой связи число BT часто называют выигрышем от обработки [21]. Также расширение спектра сигнала при одновременном сохранении его длительности и энергии постоянными позволяет понизить его спектральную плотность мощности и при необходимости скрыть её под спектром теплового шума. Эта манипуляция уменьшает вероятность обнаружения сигнала энергетическим приёмником (радиометром) и, таким образом, повышает энергетическую скрытность используемой системы связи.

Ещё одной важной характеристикой ШПС является повышенная криптозащищённость, то есть усиленная по сравнению с узкополосными сигналами способность противостоять раскрытию противоборствующими системами передаваемой посредством ШПС информации. Наличие у систем с ШПС этого свойства вытекает из следующих рассуждений. В условиях отсутствия каких-либо априорных сведений о сигнале, подлежащем перехвату, единственным способом получения информации, содержащейся в зашифрованном сообщении, передаваемом по каналу связи, для противодействующих систем является перебор всех возможных законов модуляции, задающих сигнальный код. При использовании для кодирования сообщения алфавита из S символов число всех таких вариантов модуляции сигнала будет равно S^{BT} . Поэтому, очевидно, для усложнения реализации системой-перехватчиком перебора всех возможных кодов необходимо увеличивать значение BT , чего можно достичь с использованием ШПС. Наглядным и актуальным в контексте данного исследования примером системы, в которой криптозащищённость повышается посредством использования ШПС является ГНСС GPS. Как указывалось выше, одним из применяемых в данной системе дальномерных кодов является так называемый Р-код или код высокой точности. Сигналы, модулированные такими кодами, используются для навигации вооружёнными силами и потому закон модуляции Р-кода засекречен. Известно, однако, что для данного кода $S = 2$, $B \approx 10^7$ Гц и период кода T равен семи суткам или 604800 секундам. Более того, для дополнительного повышения криптозащищённости каждые 20 символов Р-кода складываются по модулю 2 с одним символом засекреченного ключа — W-кода. Соответственно, для успешного вскрытия результирующей последовательности, называемой Y-кодом, необходимо перебрать примерно

$$2^{604800 \cdot 10^7 \cdot 20^{-1}} \approx 2^{3 \cdot 10^{11}}$$

вариантов модуляции сигнала, что чрезвычайно много. В этой связи Y-код считается почти абсолютно защищённым от взлома. Во всяком случае, за все годы

функционирования системы GPS не было зафиксировано ни одной увенчавшейся успехом попытки подобрать подходящую модуляцию [20].

Расширение спектра узкополосного сигнала осуществляется путём определённого вида модуляции, причём из определения (1.9) широкополосных сигналов следует, что эта модуляция может быть только угловой, то есть либо частотной, либо фазовой. Среди применяемых на практике техник расширения спектра особенно выделяются две наиболее часто реализуемых: методы прямой последовательности и ППРЧ. Более подробному описанию последнего способа расширения спектра будет посвящён следующий подраздел. Метод же прямой последовательности состоит в добавлении к модуляции сигнала закодированным информационным сообщением ещё одной модулирующей последовательности с гораздо большей полосой. Как указывалось выше, в частности, при описании соотношения (1.2), данный способ расширения спектра применяется в ГНСС. Например, в системах GPS и ГЛОНАСС роль прямых последовательностей, расширяющих спектр сигналов, играют дальномерные коды: последовательности Голда в случае GPS и М-последовательности в системе ГЛОНАСС. Примерно оценить увеличение ПУ сигнала, получаемое за счёт использования метода прямой последовательности, можно через отношение ширин полос расширяющего кода и информационного сообщения, которое зачастую оказывается равным упомянутой выше величине $2BT$. В частности, для сигнала стандартной точности системы ГЛОНАСС $BT = 511$ и потому выигрыш от использования ШПС в данном случае составляет 30 дБ. Для сигнала стандартной точности системы GPS $BT = 1023$, а соответствующий выигрыш равен 33 дБ. С учётом того, что спутниковый сигнал на входе приёмника или компенсатора помех обычно оказывается на 15–30 дБ ниже уровня шума, из приведённых значений выигрыша можно сделать вывод, что применение ШПС при всех его преимуществах не позволяет добиться существенного подавления дополнительного помехового воздействия при его наличии. Соответствующие значения КП не будут превосходить примерно 15 дБ [4]. В дополнение к сказанному выше можно отметить, что применение метода прямой последовательности позволя-

ет увеличить криптозащищённость передаваемого сообщения при условии, что смена битов двух модулирующих последовательностей происходит одновременно. В таком случае при попытке извлечения информационного сообщения противодействующей системе будет сложнее отделить его от расширяющего кода [22].

В последние годы во многих перспективных ГНСС также применяются ШПС нового вида, которые называются ВОС-сигналами (сокр. от англ. «binary offset carrier modulation» — «двоичная модуляция на смещённой несущей»). Помимо стандартной модуляции прямой последовательностью, в ВОС-сигналах задействуется также колебание меандрового типа, передаваемое на некоторой поднесущей частоте и имеющее кратно меньшую длительность импульсов по сравнению с основной псевдослучайной последовательностью. Модуляция ВОС-сигналами позволяет дополнительно увеличить полосу сигнала и, как следствие, обеспечить лучшее качество работы систем слежения и позиционирования спутникового навигационного приёмника, то есть увеличить его ПУ. Недостатком применения таких сигналов является видоизменение автокорреляционной функции результирующего колебания, в результате которого она приобретает несколько локальных максимумов. Также для корректного приёма ВОС-сигналов необходимо использование особых принимающих систем, отличающихся от стандартных приёмников сигналов ГНСС. На данный момент ВОС-сигналы применяются в отдельных диапазонах таких ГНСС, как американская GPS и европейская «Галилео» [10; 23; 24].

1.2.2 Псевдослучайная перестройка рабочей частоты

Как указывалось выше, одним из способов расширения спектра сигнала ГНСС является использование метода ППРЧ, который заключается в периодическом скачкообразном изменении несущей частоты излучаемого сигнала.

Набор значений, которые принимает рабочая частота, их очерёдность и время работы на каждой из частот данного набора определяются в соответствии с заранее заданной ПСП, известной на принимающей и передающей сторонах, что позволяет им обеспечить на обоих концах канала связи синхронизацию сигналов по времени и частоте. В свою очередь, для стороны, устанавливающей помехи, закон переключения частот неизвестен, что вынуждает её искать нестандартные стратегии эффективного помехового воздействия на систему с ППРЧ. Данный метод расширения спектра широко применяется в радиотехнических системах, характеризующихся высокой степенью подвижности, либо необходимостью распределения энергии передаваемого сигнала по наиболее широкой полосе частот из всех возможных.

В отличие от многих других способов увеличения ПУ для ГНСС, в основе которых лежит «противоборство» с помехами, применение метода ППРЧ заключается в их «избегании». В этой связи наиболее важным параметром системы с ППРЧ, характеризующим её способность «избегать» попадания под воздействие помех и, как следствие, её ПУ, является время её работы на одной несущей частоте: чем меньше будет это время, тем выше будет вероятность избежать воздействия помех на излучаемые сигналы. При этом не менее важным фактором повышения ПУ системы с ППРЧ является исправное модулирование излучаемого сигнала кодовой последовательностью, которое играет особенно важную роль в случае перестройки сигнала на частоту, более подверженную воздействию помех [22]. Непосредственно ПУ системы с ППРЧ удобнее всего количественно охарактеризовать с помощью средней вероятности $P_{\text{ош}}$ ошибки на бит информации. Многие другие показатели ПУ таких систем можно выразить через эту характеристику. Наконец, важным показателем ПУ системы с ППРЧ как системы с расширением спектра является собственно коэффициент расширения спектра, значение которого можно интерпретировать несколькими различными способами. С одной стороны, коэффициент расширения спектра равен отношению ширины полосы излучаемого сигнала, расширенной с применением метода ППРЧ, к изначальной ширине его полосы, а также количеству

используемых в методе ППРЧ частотных каналов, соответствующих разным значениям несущей частоты излучаемого сигнала. С другой стороны, этот показатель равен значению, на которое увеличивается ОСШ излучаемого сигнала при применении технологии ППРЧ независимо от применяющейся стратегии постановки помех [15; 25]. При этом из общего описания работы системы с ППРЧ видно, что значения такой характеристики ПУ, как КП помех, в данном случае будут разными для разных частот из рабочего диапазона, в зависимости от попадания сигнала в занятую помеховым воздействием полосу при перестройке его частоты или избегания её. Как следствие, оценка повышения ПУ метода ППРЧ через одно обобщённое значение КП, выраженное в децибелах, как это делается при работе с другими способами повышения ПУ, представляется нецелесообразной ввиду её чрезмерной упрощённости.

Ещё одной особенностью работы систем с расширением спектра методом ППРЧ является возможность осуществления на передающей стороне такой системы так называемого перемежения символов посылаемого сообщения. Эта методика заключается в передаче каждого информационного символа по отдельному частотному каналу. При таком способе передачи сигнал теряет свою структуру во временной области, в связи с чем решение задачи постановки помех, оптимальных для его существенного искажения, значительно усложняется. Для восстановления исходного порядка символов в сообщении на приёмной стороне, в свою очередь, выполняется операция деперемежения. Осуществление данных манипуляций с символами сообщений в случае воздействия на систему импульсных помех обеспечивает статистическую независимость ошибок передачи и позволяет исправлять отдельные пакеты таких ошибок.

Ещё одним свойством систем с ППРЧ, характеризующим их ПУ, является скрытность, то есть способность противостоять деятельности оппонирующих радиотехнических систем, направленной на обнаружение передаваемых сигналов и измерение различных их параметров, в том числе пространственных характеристик. В зависимости от разных видов данной деятельности различают такие разновидности скрытности, как временная, пространственная, энер-

гетическая, структурная и информационная. По отдельным характеристикам конкретной радиотехнической системы с ППРЧ можно рассчитать ряд количественных показателей, определяющих степень присущести данной системе каждого из данных видов скрытности.

В условиях ограниченности возможной мощности излучения действия системы постановки помех, направленные на противодействие системе с ППРЧ, сводятся либо к распределению энергии помех во всём диапазоне рабочих частот, либо, напротив, к концентрации помех высокой мощности в достаточно малой полосе. В частности, при определённых условиях эффективной для борьбы с системой с ППРЧ является полигармоническая (многотональная) помеха, представляющая собой набор из нескольких немодулированных гармонических колебаний равной мощности, некоторым образом распределённых по диапазону частот. Чем точнее частоты данного набора будут совпадать с рабочими частотами системы с ППРЧ и чем выше при этом будет мощность каждой из помех, тем эффективнее будет итоговое воздействие полигармонической помехи на такую систему [15].

1.2.3 Помехоустойчивое кодирование

Искажения, вносимые в спутниковые сигналы помехами, в первую очередь негативно влияют на их информационные составляющие. Как указывалось ранее, данные компоненты сигнала представляют собой закодированные сообщения, содержащие информацию о различных характеристиках конкретного спутника. В течение всего процесса модуляции сигнала такими кодами, его передачи через среду и демодуляции в приёмнике воздействие помех может способствовать формированию в данных кодах искажений. С целью уменьшения количества ошибок в считываемых приёмным устройством навигационных сообщениях в ГНСС используются различные техники помехоустойчивого ко-

дирования, также известного, как кодирование, контролирующее (или исправляющее) ошибки.

Общей идеей, лежащей в основе всех методов помехоустойчивого кодирования, является внесение в информационное сообщение дополнительных (избыточных) символов таким образом, чтобы при его приёме обеспечить возможность обнаружения и исправления потенциально появляющихся в нём искажений. Иными словами, исходная последовательность символов, составляющих сообщение, определённым образом преобразуется в другую, более длинную последовательность, излишняя длина (избыточность) которой будет достаточной для повышения ПУ канала связи. При этом в процессе кодирования задействуются не все допустимые кодовые комбинации, а лишь некоторые, то есть избыточность порождается только той частью сообщения, которая используется для кодирования, а остальная его часть может применяться для реализации возможности нахождения и исправления ошибок. Обычно также предполагается, что в канале связи помимо кодируемых символов присутствует аддитивный шумовой процесс (как правило, АБГШ), независимый с модулирующей последовательностью. После приёма закодированное сообщение поступает на вход декодера, где оно подвергается раскодированию и проверке на соответствие принятым избыточным символам локально сгенерированным. Связь данных избыточных символов с исходными данными используется декодером для коррекции искажений [26].

Совокупность применяемых на практике способов помехоустойчивого кодирования, то есть преобразования исходного сообщения в новое путём добавления избыточных символов можно разделить на два больших и принципиально отличающихся класса: блочное и непрерывное кодирование. Из названий данных классов с очевидностью следует различие в принципах работы соответствующих методов. При блочном кодировании непрерывный поток символов входного сообщения разбивается на блоки одинакового размера и все манипуляции алгоритмов кодирования выполняются над каждым таким блоком по

отдельности и независимо от остальных блоков. При непрерывном кодировании, напротив, поток входных данных подвергается обработке без разбиения на блоки. Как правило, методы непрерывного кодирования опираются на использование определённых рекуррентных процедур и, таким образом, результат такой обработки зависит не только от текущего входа, но и от предыдущих входов и выходов, в то время как блочное кодирование представляет собой процедуру с «отсутствием памяти». Первоначально алгоритмы непрерывного кодирования пользовались большей популярностью по причине более низкой вычислительной сложности, однако в последние годы благодаря развитию теории кодирования линейные блочные коды стали использоваться гораздо чаще и на данный момент представляют собой наиболее эффективные методы помехоустойчивого кодирования [27].

Методы обоих классов имеют такие важные количественные характеристики работы, как скорость, избыточность, кодовое расстояние (минимальное количество позиций, в которых две кодовые комбинации имеют разные символы), а также число обнаруживаемых и исправляемых ошибок и их кратность, которая определяет корректирующую способность кода. Известно, что для исправления в сообщении всех ошибок определённой кратности необходимо обеспечить на длине обрабатываемого сообщения не менее чем вдвое большее кодовое расстояние между выходными последовательностями кодера.

Одним из важных подклассов блочных методов кодирования является семейство кодов Хемминга, которые предназначены для работы с блоками данных длины, примерно равной степени двойки. Коды Хемминга относятся к линейным циклическим кодам: в их основе лежит регистр сдвига с конечным числом разрядов и обратной связью, включающей в себя суммирование по модулю 2. Данное семейство кодов также относится к разделимым: их выходные сообщения состоят из двух чётко разделяющихся частей: информационной и проверочной. Кодовое расстояние кодов Хемминга равно 3, вследствие чего, с учётом указанного выше, данные коды могут исправлять только одиночные ошибки. Определённые разновидности кодов Хемминга используются для поме-

хоустойчивого кодирования в ГНСС, например, в системах ГЛОНАСС и GPS. В частности, в последней системе для снижения вероятности $P_{\text{ош}}$ ошибки на бит в навигационных данных обработке алгоритмами кодирования Хемминга подвергаются сообщения типов NAV (общие, оригинального вида) и CNAV (гражданские, нового стандарта) [4; 10; 28].

Повышение ПУ при использовании помехоустойчивого кодирования характеризуется величиной, называемой энергетическим выигрышем от кодирования и равной отношению мощностей сигналов с применением кодирования и без него. Данный показатель является ограниченной сверху функцией различных параметров алгоритма кодирования и даже в случае использования наиболее эффективных методов помехоустойчивого кодирования принимает достаточно малые значения, как правило не превосходящие 10 дБ. По этой причине данный метод повышения ПУ оказывается малоэффективным применительно к подавлению мощных внешних помех, а соответствующие значения КП — крайне малыми [29].

1.2.4 Пространственная обработка сигналов

Сущность описанных выше методов повышения ПУ радиотехнических систем по большей части состоит в осуществлении определённых манипуляций с полезным сигналом, предшествующих его передаче и направленных на усложнение работы постановщика помех. Иными словами, данные техники во многом являются реализациями стратегии «избегания» помехового воздействия. В условиях, когда принимающая сторона вынуждена работать с заранее определённым полезным сигналом и не имеет возможности как-либо его изменить, продуктивным оказывается другой подход к повышению ПУ, заключающийся в прямом противодействии присутствующим в сигнальной обстановке помехам. Одним из вариантов реализации такого противодействия является обработка

сигнала, поступившего на вход приёмной части радиотехнической системы и прошедшего через аналого-цифровой преобразователь (далее — АЦП), специальными цифровыми фильтрами.

Для случая одного приёмного канала и одной узкополосной помехи наиболее простым и распространённым способом фильтрации является обработка во временной области с помощью фильтра с конечной импульсной характеристикой (далее — КИХ-фильтр). В данном случае отсчёты дискретизированного комплексного сигнала, проходящего по приёмному каналу, можно рассматривать как сумму всех N_S полезных сигналов $s_1, \dots, s_{N_S}$, помехи j и шума n :

$$x(k) = \sum_{i=1}^{N_S} s_i(k) + j(k) + n(k), \quad k = 1, 2, \dots \quad (1.10)$$

В качестве шума в данной модели обычно используется АБГШ с нулевым средним и конечной дисперсией. Предполагается, что все $N_S + 2$ сигналов попарно некоррелированы, а также, в соответствии с изложенными выше соображениями о природе сигналов и помех, уровень полезного сигнала не превосходит уровень шума, который, в свою очередь, не превосходит уровень помехи. КИХ-фильтр представляет собой линию из K последовательных временных задержек в приёмном канале, K умножителей задержанных отсчётов входного сигнала на весовые коэффициенты фильтра и сумматор взвешенных отсчётов. Если ввести обозначения

$$x_k = (x(k), x(k-1), \dots, x(k-(K-1)))^T \quad (1.11)$$

для вектора отсчётов сигнала на входе КИХ-фильтра и w для вектора весовых коэффициентов (далее — ВВК) фильтра, то выходной сигнал y фильтра можно записать как

$$y(k) = w^H x_k, \quad (1.12)$$

где верхний индекс H обозначает эрмитово сопряжение.

Перед тем, как переходить к описанию выражений, задающих наилучшие в определённом смысле ВВК КИХ-фильтров, следует подробнее остановиться на одном важном теоретическом аспекте данной задачи. С учётом наличия в

выражении (1.10) стохастической составляющей, данный сигнал является случайным процессом. В то же время многие способы определения оптимальных ВВК КИХ-фильтров задействуют в своих математических выражениях операцию усреднения, которая выполняется корректно только применительно к случайным процессам, обладающим свойством эргодичности [30]. В связи с тем, что в большинстве случаев АБГШ является стационарным процессом (а вследствие этого — и эргодическим), можно далее считать, что все выражения, задействующие сигналы вида (1.10) и определённые с использованием операций усреднения, корректно задают соответствующие математические объекты. В тех редких случаях, когда сигнал (1.10) не является стационарным процессом, следует рассматривать его на отдельных временных интервалах, на которых его можно считать квазистационарным. В данном случае на каждом интервале квазистационарности можно будет считать сигнал эргодическим и, соответственно, все используемые по отношению к такому сигналу операции усреднения считать корректно определёнными. Разбиение обрабатываемого сигнала на интервалы квазистационарности для успешной фильтрации также весьма актуально в контексте сложности и изменчивости окружающей принимающую систему помеховой обстановки. Уменьшение длины интервалов обработки сигнала, с одной стороны, позволяет увеличить её качество, что следует из высказанных выше соображений, но при этом также накладывает более жёсткие ограничения на допустимую алгоритмическую сложность применяемых методов фильтрации и, как следствие, на используемые при обработке вычислительные устройства. Этим обуславливается дополнительная необходимость оптимизации применяемых алгоритмов обработки сигналов с вычислительной точки зрения.

Классическим способом определения оптимального ВВК является минимизация среднеквадратического отклонения (далее — СКО) вида

$$\mathbb{E} \{ |x(k) - y(k)|^2 \} = \mathbb{E} \{ |x(k) - w^H x_k|^2 \}, \quad (1.13)$$

где символом $\mathbb{E}$ обозначается математическое ожидание, которое в случае конечной сигнальной выборки принимает вид выборочного среднего. Как известно,

минимум выражения (1.13) достигается при

$$w_* = R^{-1}r, \quad (1.14)$$

где

$$R = \mathbb{E} \{x_k x_k^H\} \quad (1.15)$$

есть корреляционная матрица (далее — КМ) входного сигнала,

$$r = \mathbb{E} \{x_k x^*(k)\} \quad (1.16)$$

есть вектор взаимной корреляции между вектором x_k и отсчётом $x(k)$, используемым здесь в качестве эталонного сигнала. Выражение (1.14) также называется оптимальным винеровским решением, так как оно представляет собой решение матричного уравнения Винера — Хопфа [30].

Обработка фильтром с ВВК, определяющимся выражением (1.14), представляет собой удобный и легко реализуемый метод подавления одной узкополосной помехи. Здесь подразумевается, что максимальная полоса подавляемой КИХ-фильтром помехи достаточно мала, чтобы быть равной используемой в нём частоте дискретизации [31]. Однако в случае наличия нескольких узкополосных или хотя бы одной широкополосной помехи такой фильтр показывает существенно более низкое качество подавления, вплоть до полной потери эффективности. Одной из причин такого поведения является неспособность фильтра к пространственному различению полезных и помеховых сигналов. Для снятия этого ограничения используется метод пространственной обработки сигналов (далее — ПОС), который основан на применении антенных решёток (далее — АР), состоящих из нескольких антенных элементов (далее — АЭ), и одновременной фильтрации нескольких сигналов, являющихся входными для каждого из АЭ. При ПОС задействуется информация о расположении источников всех приходящих на АР сигналов и ВВК цифрового фильтра формируется таким образом, чтобы в результате фильтрации значения диаграммы направленности (далее — ДН) АР, соответствующие источникам полезного сигнала, сохранялись

или увеличивались, а соответствующие помехам — обращались в ноль. Модель входного сигнала АР в данном случае будет иметь вид

$$x(k) = \sum_{i=1}^{N_S} a(\theta_i^s, \varphi_i^s) s_i(k) + \sum_{i=1}^{N_J} a(\theta_i^j, \varphi_i^j) j_i(k) + n(k), \quad k = 1, 2, \dots \quad (1.17)$$

Здесь $x(k)$, в отличие от выражения (1.10), не скаляр, а N -мерный вектор, соответствующий случаю N АЭ,

$$a(\theta, \varphi) = \exp \left\{ i \frac{2\pi}{\lambda} uv(\theta, \varphi) \right\} \quad (1.18)$$

есть управляющий вектор используемой АР в направлении, заданном азимутом θ и углом места φ , i — мнимая единица, λ — длина волны приходящего на АР сигнала, $u \in \mathbb{R}^{N \times 3}$ — матрица, составленная из декартовых координат АЭ,

$$v(\theta, \varphi) = \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \varphi \\ \cos \theta \sin \varphi \\ \sin \theta \end{pmatrix}$$

есть вектор-столбец единичной нормы, выражающий направление, определённое углами θ и φ , в декартовых координатах, $\theta_1^s, \dots, \theta_{N_S}^s, \theta_1^j, \dots, \theta_{N_J}^j$ и $\varphi_1^s, \dots, \varphi_{N_S}^s, \varphi_1^j, \dots, \varphi_{N_J}^j$ — азимуты и углы места, соответствующие направлениям на N_S источников полезных сигналов $s_1, \dots, s_{N_S}$ и N_J источников помех $j_1, \dots, j_{N_J}$, соответственно. По аналогии с выражением (1.12), ПОС выполняется посредством умножения вектора $x(k)$ отсчётов входного сигнала в каждом канале АР на ВВК w КИХ-фильтра, в результате чего его выходной сигнал y приобретает вид

$$y(k) = w^H x(k).$$

Общая схема ПОС для случая N АЭ представлена на рис. 1.2.

Определение оптимального ВВК пространственного фильтра можно осуществлять с использованием разных принципов. К наиболее часто используемым критериям относятся максимизация ОСШ для выходного сигнала, минимизация мощности выходного шума и минимизация СКО относительно некоего

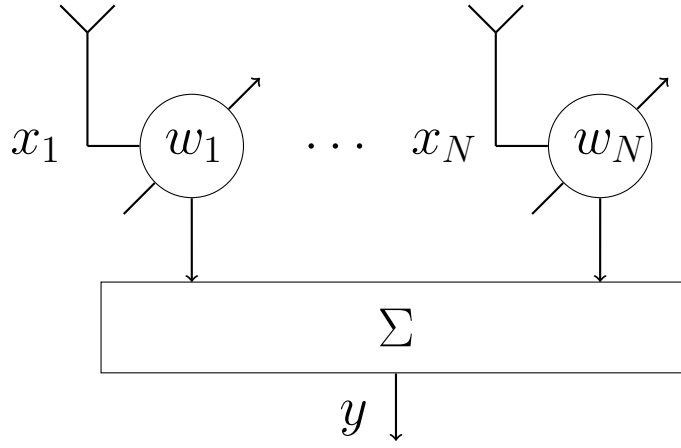


Рисунок 1.2 — Схема ПОС

эталонного сигнала. Можно показать, что при определённых условиях все указанные критерии эквивалентны в том смысле, что их применение приводит к одному и тому же выражению для оптимального ВВК, определяющемуся формулой

$$w(\theta, \varphi) = \frac{R^{-1}a(\theta, \varphi)}{a^H(\theta, \varphi)R^{-1}a(\theta, \varphi)}, \quad (1.19)$$

где

$$R = \mathbb{E} \{x(k)x^H(k)\}$$

есть КМ входного сигнала АР. Пространственный фильтр с ВВК, задающимся формулой (1.19), называется формирователем луча (бимформером) Кейпона — по фамилии его первооткрывателя, исследователя Дж. Кейпона (J. Capon). Другое название данного фильтра — бимформер с неискажённым откликом наименьшей мощности (англ. minimum power distortionless response (сокр. MPDR) или minimum variance distortionless response (сокр. MVDR) beamformer) — связано с указанными выше критериями построения ВВК фильтра, в соответствии с которыми предполагается наличие у итогового формирователя луча соответствующих свойств. В наибольшей степени эти свойства будут проявляться по отношению к тому источнику сигнала, азимут и угол места которого будут подставлены в выражение (1.19) для вычисления ВВК фильтра [32].

Как указывалось выше, вблизи поверхности Земли сигналы ГНСС имеют достаточно малую мощность и обычно маскируются тепловым шумом, вследствие чего в общем случае направления на спутники или полезный спутниковый

сигнал, необходимые для построения ВВК по формуле (1.19), являются неизвестными. В этом случае ПОС можно проводить, заменяя управляющий вектор $a(\theta, \varphi)$ АР в выражении (1.19) вектором

$$a = (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)^T \quad (1.20)$$

размерности N . Положение единицы в векторе (1.20) соответствует номеру опорного АЭ и обычно выбирается из некоторых апостериорных соображений, например, посредством анализа результатов фильтрации с использованием ограниченной тренировочной сигнальной выборки. Такой подход называется адаптивным занулением (англ. adaptive nulling), обращением мощности (англ. power inversion) или минимизацией мощности (англ. power minimisation). Выражение (1.20) является вырожденным случаем формулы (1.18), недостижимым для неё в связи с тем, что её правая часть не может равняться правой части (1.20) ни при каких значениях θ и φ . Этот факт, однако, не препятствует достаточно широкому использованию данного подхода при решении задач адаптации АР применительно к сигналам ГНСС. Алгоритм обращения мощности позволяет задать в направлениях на источники помех нули ДН АР без использования информации не только о полезных сигналах, но и об архитектуре АР, в связи с чем он относится к так называемым «слепым» методам адаптации. Кроме того, алгоритм достаточно прост для реализации. Однако, с помощью данного метода нельзя увеличить уровень полезных спутниковых сигналов и, как следствие, их ОСШ, что может негативно сказаться на дальнейшей их обработке приёмником.

Использование ПОС в системе с N -элементной АР позволяет подавлять не более $N - 1$ помех — как узкополосных, так и широкополосных — и, таким образом, ослабить одно из существенных ограничений одноканальной обработки КИХ-фильтрами [33]. Значения КП помех, которые способна обеспечить ПОС составляют 30–50 дБ и больше, что существенно превосходит значения данной характеристики повышения ПУ, достигаемые с помощью любого из других описанных ранее методов и примерно равно типовому значению данного показате-

ля, указанному в подразделе 1.1.4, либо превосходит его [4]. Ещё одним преимуществом ПОС является её свойство сохранять неизменной структуру обрабатываемого спутникового навигационного сигнала. В этой связи при реализации методов ПОС в адаптивных АР соответствующие изменения вносятся только в антенную систему, разработка специального приёмника в данном случае не требуется. Тем не менее, пространственная фильтрация также обладает рядом недостатков, среди которых — потенциальное подавление полезного сигнала при совпадении направлений на его источники с направлениями на источники помех, а также ухудшение качества работы при наличии в сигнально-помеховой обстановке коррелированных сигналов, что может происходить, в частности, в случае их многолучевого распространения. Одним из способов преодоления указанных проблем является использование пространственно-временной обработки сигналов (далее — ПВОС), идея которой заключается в одновременном использовании многоэлементных АР и КИХ-фильтров в каждом из соответствующих приёмных каналов. Такой подход позволяет вместе с пространственными степенями свободы фильтра задействовать также и временные и, как следствие, выполнять лучшую по сравнению с ПОС обработку большого числа узкополосных помех, а также сигналов с многолучевым распространением. Вектор входного сигнала x пространственно-временного фильтра представляет собой комбинацию выражений (1.11) и (1.17), для случая N -элементной АР и КИХ-фильтров длины K принимающую вид вектора-столбца размерности NK , содержащего по K задержанных во времени отсчётов сигнала для каждого из N каналов. Соответственно, размерность NK в данном случае будет иметь и КМ входного сигнала, которая используется при построении ВВК пространственно-временного фильтра по формулам, аналогичным (1.14) и (1.19). Таким образом, при переходе от ПОС к ПВОС кратно увеличивается размерность задачи вычисления ВВК, которая в большинстве случаев включает в себя операцию обращения КМ, что делает ПВОС достаточно сложной для реализации. Несмотря на это, данный подход нашёл достаточно широкое применение в задачах фильтрации

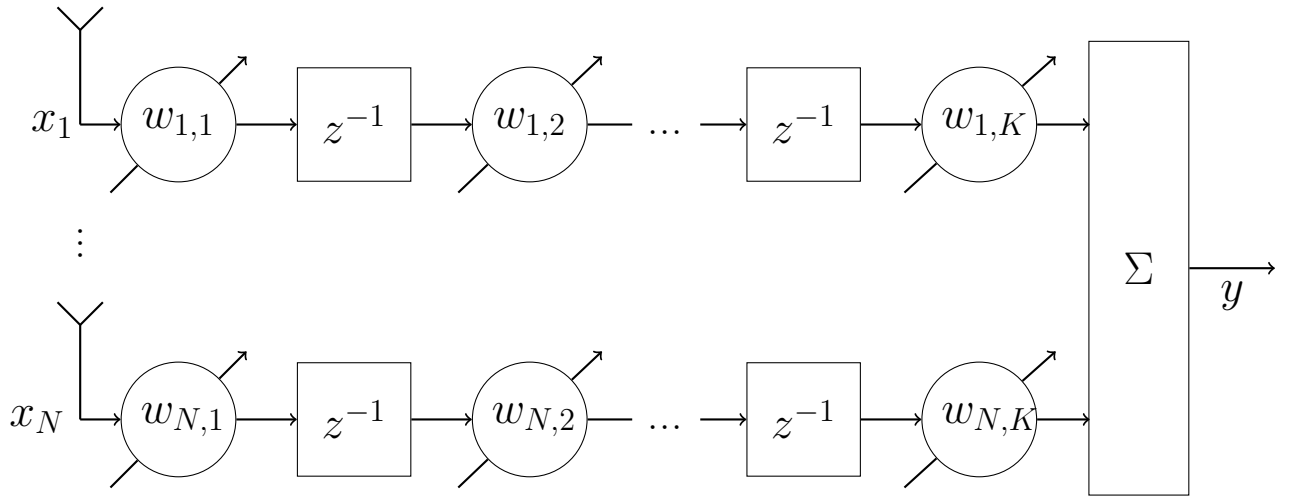


Рисунок 1.3 — Схема ПВОС

сигналов ГНСС [13; 34; 35]. Общая схема ПВОС для случая N АЭ и K временных отводов КИХ-фильтров представлена на рис. 1.3. Здесь символом z^{-1} обозначен блок временной задержки дискретизированного сигнала на один отсчёт.

Другим способом расширения технологии ПОС и улучшения её работы является выполнение процедуры пространственной обработки в частотной области, то есть после того, как над входным сигналом x фильтра выполняется дискретное преобразование Фурье (далее — ДПФ), определяющееся следующей известной формулой для случая равенства длины преобразования числу K и при $k = 1, \dots, K$ [36]:

$$X(k) = \sum_{j=1}^K x(j) e^{-\frac{2\pi i}{K}(j-1)(k-1)}. \quad (1.21)$$

Результат X этого преобразования подвергается пространственной обработке, например, с использованием ВВК, задающегося формулой (1.19), что фактически равносильно пространственной обработке исходного сигнала x , выполняемой в каждом из определённых элементов разбиения полосы частот сигнала на подмножества. По окончании ПОС результирующий сигнал Y переводится обратно во временную область посредством обратного ДПФ. Применение обработки в частотной области позволяет в определённой степени снизить общую вычислительную сложность обработки по сравнению с ПВОС и при этом сохра-

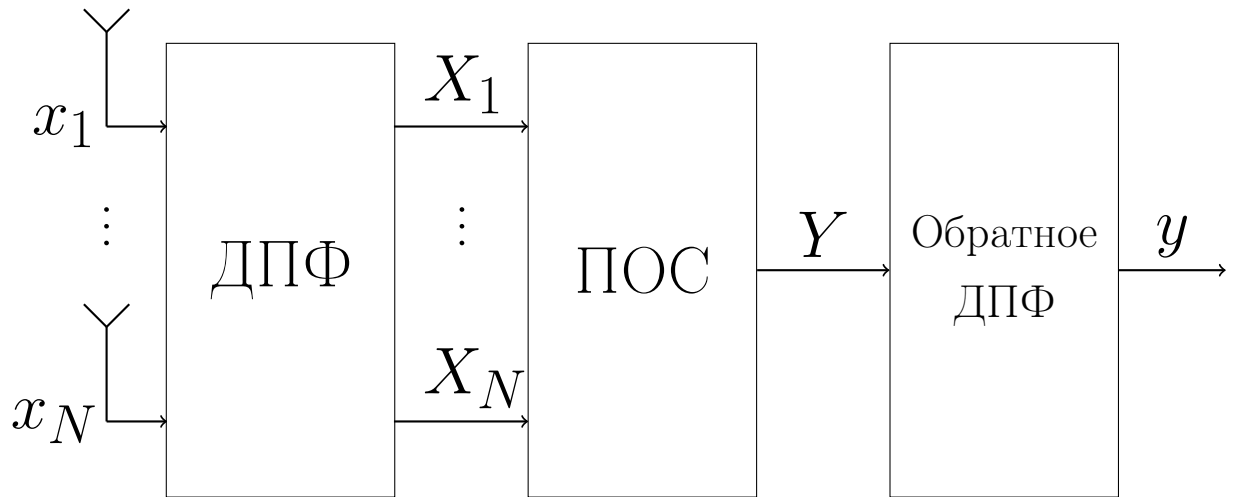


Рисунок 1.4 — Схема пространственной обработки в частотной области

нить почти идентичное качество подавления помех, которое можно оценить как субоптимальное [18; 37]. Дополнительное уменьшение объёма вычислений при обработке в частотной области достигается за счёт выбора подходящей быстрой реализации ДПФ (далее — БПФ), использование которой может также позволить расширить полосу потенциально обрабатываемых частот [38]. Общая схема пространственной обработки в частотной области для случая N АЭ приведена на рис. 1.4.

Использование методов пространственной обработки с дополнительными временными и частотными степенями свободы позволяет не только подавить $N - 1$ источник широкополосной помехи, но и обеспечить приемлемое качество работы приёмника сигналов ГНСС при одновременном воздействии дополнительных узкополосных помех. Их число сильно зависит от характеристик помеховых сигналов и окружающей обстановки — в частности, в плане многолучёвости — и потому требует отдельного подсчёта в каждом конкретном случае [39].

При рассмотрении методов ПОС и их временных и частотных расширений вновь обнаруживается высокая актуальность решения задачи снижения вычислительной сложности сигнальной обработки и, как следствие, повышения её быстродействия. С одной стороны, это связано с указанной выше необходимостью проведения качественной обработки на ограниченных (в идеальном случае — максимально коротких) интервалах (квази)стационарности сигналов,

которые в силу своей малой длины могут существенно ограничивать качество построения ВВК пространственных фильтров. С другой стороны, вычисление данных ВВК в большинстве случаев сводится к решению задачи обращения матриц большого порядка, особенно высокого в случае проведения ПВОС. В этой связи одной из задач данного исследования явилось повышение быстродействия методов ПОС. В подразделе 1.3.3 приводится описание показателей быстродействия методов обработки, по которым следует проводить оптимизацию соответствующих алгоритмов. Глава 2 диссертационной работы посвящена решению задачи снижения вычислительной сложности обработки спутниковых навигационных сигналов для случая использования АР определённых видов.

1.3 Обоснование показателей эффективности пространственной обработки в системах спутниковой навигации

1.3.1 Помехоустойчивость

В системах связи одной из классических характеристик успешного приёма передаваемой информации является вероятность $P_{\text{ош}}$ возникновения ошибки в получаемых приёмником сообщениях. Можно показать, что вероятность ошибки является функцией от ОСПШ — показателя ПУ приёмника, введённого выше с помощью соотношения (1.7). Примеры таких зависимостей для разных видов модуляции сигнала приведены на рис. 1.5. Помимо вероятности ошибки оценивания информационных символов, СКО оценок таких параметров спутниковых сигналов (а следовательно, и оценок точности итогового позиционирования), как задержка огибающей, доплеровское смещение частоты, фаза и задержка по ней также зависит от ОСПШ. При этом зависимость ошибок позиционирования от ОСПШ является обратно пропорциональной — при росте ОСПШ неточность уменьшается и наоборот. Доказательство этого известного

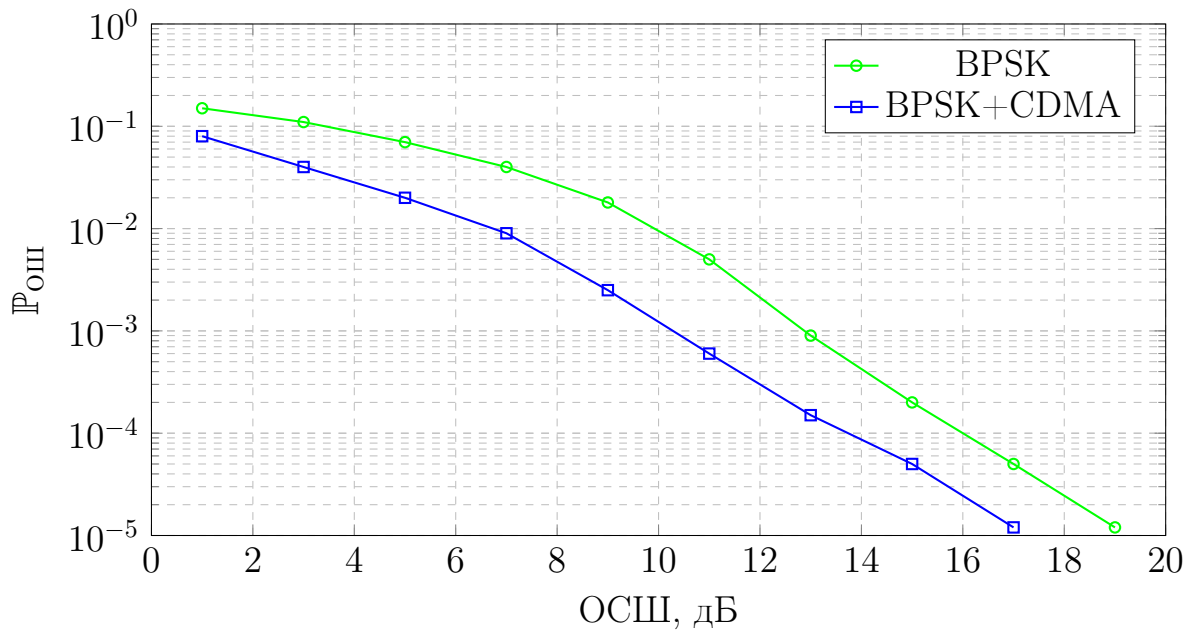


Рисунок 1.5 — Зависимости вероятности $P_{\text{ош}}$ побитовой ошибки от ОСШ для различных видов фазовой модуляции.

факта проводится с помощью непосредственных вычислений средних квадратов ошибок с использованием неравенства Рао — Крамера [40]. В связи с вышесказанным в качестве одной из характеристик эффективности ПОС в плане ПУ системы в рамках данного исследования будет использоваться ОСПШ, либо, в зависимости от сигнально-помеховой обстановки, такие его аналоги, как ОСШ и ОНШ, также определённые ранее посредством выражений (1.5) и (1.6). При этом предполагается, что измерение данных показателей должно происходить на стадии приёма, промежуточной между цифровой обработкой сигналов (далее — ЦОС) и их демодуляцией. При некоторых дополнительных предположениях через ОСПШ можно выразить такую величину, как количество энергии, необходимое для передачи одного бита информации при заданном максимальном значении средней вероятности ошибки. Поэтому ОСПШ и его аналоги можно также считать показателями энергетической эффективности ПОС.

Значение ОСПШ после выполнения сигнальной обработки бывает полезно рассматривать вместе со значением, которое данное отношение принимает до того, как сигнал подвергается ПОС. Величина, равная разности между значениями ОСПШ на выходе и входе блока обработки сигналов, называется энер-

гетическим выигрышем от обработки и также может использоваться в качестве одной из характеристик энергетической эффективности (или ПУ) методов ПОС [29]. С учётом вышеуказанной взаимосвязи между $P_{\text{ОШ}}$ и ОСПШ, можно определять желаемую вероятность ошибки посредством задания некоторого требуемого уровня энергетического выигрыша. Такой подход позволяет связать воедино все возможные оценки энергетической эффективности обработки и рассматривать их в комплексе. Стоит, однако, учитывать и тот факт, что при достаточно большой мощности воздействующих на систему помех уровень полезного сигнала может быть недоступен для измерения ввиду его чрезмерно малой мощности, вследствие чего измерение ОСПШ до сигнальной обработки в данном случае становится невозможным. Единственной оценкой энергетической эффективности обработки в такой ситуации остаётся значение ОСПШ после фильтрации.

К показателям энергетической эффективности сигнальной обработки можно также отнести КП помех, задающийся выражением (1.8). По определению КП равен отношению мощностей помех и полезного сигнала, однако при работе с реальными сигналами ГНСС обе эти величины не всегда поддаются точному вычислению: оценить мощность преднамеренно излучаемых третьей стороной помех в условиях постоянно меняющейся сигнальной обстановки зачастую оказывается затруднительно, а определить мощность спутникового сигнала, замаскированного шумом, почти всегда можно лишь приближённо. В этой связи на практике КП обычно вычисляется как отношение мощности входного сигнала фильтра к мощности его выходного сигнала. Таким способом оценивается мощность той доли помех, которую удалось подавить в результате обработки. Данная величина является весьма показательной характеристикой ПУ алгоритмов фильтрации и может использоваться для оценки их энергетической эффективности в сочетании с ОСПШ.

1.3.2 Спектральная эффективность

В роли показателя спектральной эффективности ПОС может выступать отношение максимальной скорости передачи информации по каналу связи к ширине полосы занимаемых частот, то есть выражение

$$\Delta f = \frac{(V_{\text{пер}})_{\text{max}}}{B} \quad (1.22)$$

Величина (1.22) называется удельной скоростью передачи информации и измеряется в битах на секунду на герц. Эта характеристика спектральной эффективности сигнальной обработки связана с энергетическим показателем ОСШ посредством известной формулы Шеннона, имеющей вид

$$\Delta f = \log_2 (1 + S/N) . \quad (1.23)$$

Иными словами, эти две характеристики фактически взаимозаменяемы. В этой связи в рамках данного исследования в качестве одной из оценок результатов работы методов фильтрации будет использоваться только один из данных показателей. При этом стоит отметить, что из формулы (1.23) следует тесная взаимосвязь энергетических и спектральных характеристик эффективности системы: при попытке повышения одного из видов эффективности другой неминуемо будет снижаться. На рис. 1.6 изображена кривая, которая задаётся уравнением (1.23) и называется границей Шеннона, так как она определяет область (выше кривой), в которой лежат значения показателей эффективности, доступные для реальных радиотехнических систем [41].

1.3.3 Быстродействие

Как было указано в подразделе 1.2, одна из задач диссертационного исследования состоит в повышении быстродействия методов ПОС. Оценить его

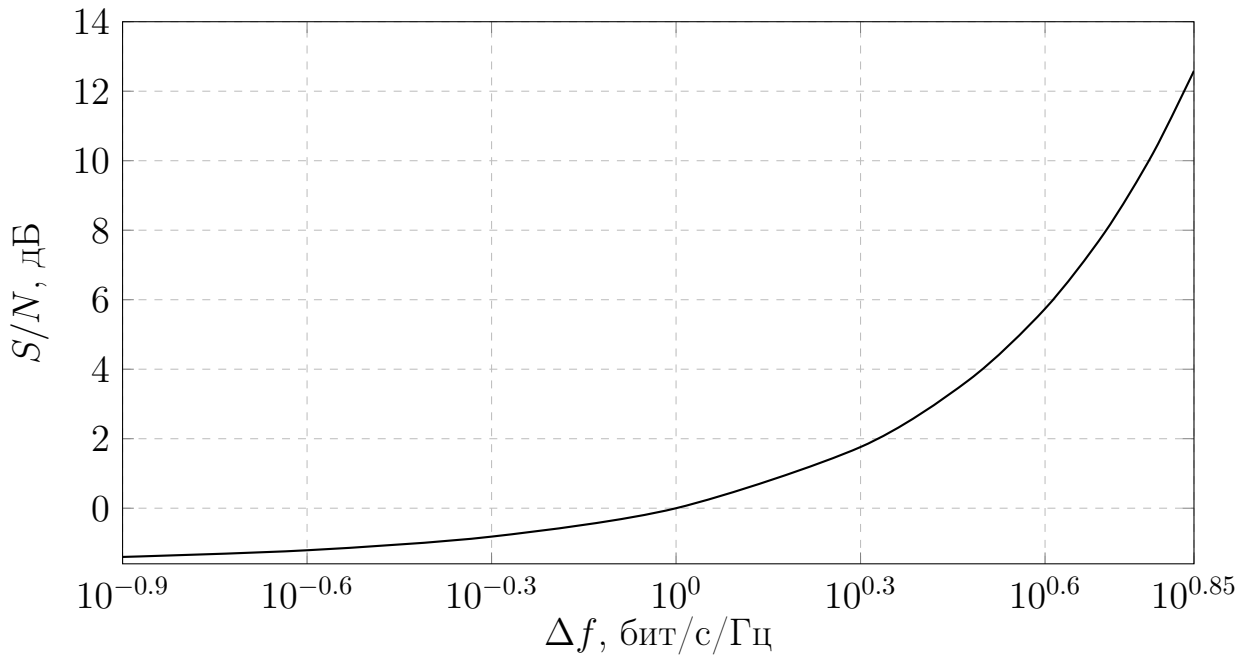


Рисунок 1.6 — Граница Шеннона.

можно с использованием двух совершенно естественных классических показателей — времени работы соответствующих алгоритмов и количества составляющих их арифметических операций. Первый показатель измеряется в привычных временных единицах и его значения зависят от архитектуры конкретного вычислительного устройства. При компьютерном моделировании различных способов сигнальной обработки, проводившемся в рамках данного исследования, время работы соответствующих алгоритмов измерялось с помощью инструментов, встроенных в среду математического моделирования MATLAB.

Число выполняемых алгоритмом обработки операций также можно оценить с помощью особых функций, входящих в среду MATLAB. При наличии явных выражений для составляющих алгоритм процедур количество операций можно подсчитать или по крайней мере примерно оценить вручную. В обоих случаях ведётся подсчёт только простейших операций — малозатратных для вычислительных устройств сложений и вычитаний и гораздо более трудоёмких умножений и делений. Количество остальных, более сложных операций определяется через входящие в них элементарные. В рамках данного исследования количество операций, требуемых для выполнения отдельных алгоритмов сигнальной обработки, оценивалось ручным методом.

Одной из наиболее трудоёмких математических операций, применяемых при вычислении ВВК фильтров в рамках данной работы, является обращение матриц. Известно, что в самом общем случае для обращения матрицы, число ненулевых элементов которой имеет порядок N^2 , требуется выполнить примерно N^3 операций [42]. Данное число может принимать меньшие значения в тех случаях, когда обрабатываемые матрицы имеют определённую структуру, либо когда для обращения применяются специальные оптимизированные методы. На практике, однако, самые совершенные алгоритмы обращения показывают существенное преимущество в быстродействии только применительно к матрицам чрезвычайно больших порядков и потому зачастую уступают в конкуренции с более простыми классическими алгоритмами. В свою очередь, машинное время, необходимое для выполнения операции обращения матриц, зависит не только от конкретного используемого алгоритма, но и, как отмечалось выше, от архитектуры вычислительного устройства.

Другой операцией, часто используемой при построении различных ВВК цифровых фильтров, является скалярное произведение. Для двух векторов длины N оно требует ровно N умножений и $N - 1$ сложение, то есть порядка N операций. Умножение матрицы на вектор, также часто встречающееся при решении задач синтеза ВВК для ЦОС, занимает ровно в N раз больше операций (то есть порядка N^2), так как представляет собой вычисление N скалярных произведений для каждой строки соответствующей матрицы. Столько же операций требуется для выполнения скалярного произведения в обратном порядке, в результате которого получается не число, а квадратная матрица. Оно состоит из ровно N^2 произведений.

При ЦОС все вышеописанные операции зачастую проводятся не над вещественными сигналами вида (1.2), а над комплексными отсчётами вида (1.3). В этом случае количество необходимых операций значительно увеличится за счёт того, что отдельные комплексные операции фактически состоят из нескольких вещественных. Так, комплексные сложения и вычитания на самом деле включают в себя по две соответствующих вещественных операции, а одно комплексное

умножение состоит из четырёх вещественных произведений и двух сложений. Поэтому это обстоятельство следует особо учитывать при расчёте вычислительной сложности алгоритмов обработки комплексных сигналов.

В целом вычислительная сложность методов ПОС оценивается пропорционально числу АЭ в виде $O(N^M)$, где N — число каналов обработки, M — порядок сложности алгоритма, которая может быть, например, линейной, квадратической или кубической. Тогда задачу выбора оптимального алгоритма ПОС можно сформулировать в виде следующей экстремальной задачи:

$$O(N^M) \rightarrow \min_{\mathcal{A}}, \quad (1.24)$$

где $\mathcal{A}$ — множество всех возможных алгоритмов.

1.3.4 Обобщённые показатели

В связи с достаточно разнообразным устройством рассматриваемых в рамках данного исследования алгоритмов ПОС возникает вопрос о корректности сравнения качества их работы с использованием введённых выше характеристик эффективности, значения которых для алгоритмов разной природы могут сильно варьироваться. Для того, чтобы обеспечить взвешенную оценку результатов работы множества различных алгоритмов обработки сигналов, требуется на основе имеющихся показателей эффективности ввести ряд обобщённых характеристик, позволяющих по итогам экспериментов с меняющимися условиями выбирать из всех методов оптимальный.

Пусть для оценивания эффективности алгоритмов обработки используются такие показатели, как ОСПШ (обозначаемое переменной $SINR$) и время выполнения алгоритма (обозначаемое переменной T_A). Тогда определить оптимальный метод обработки можно с помощью одного из двух следующих способов обобщения оценивания данными показателями. Если задать некоторое

пороговое значение T_* времени работы алгоритмов, то обобщённая задача поиска оптимальной характеристики будет иметь вид

$$SINR \rightarrow \max \text{ при условии } T_A \leq T_*, \quad (1.25)$$

где максимум вычисляется по всем рассматриваемым алгоритмам. Аналогично, если задать пороговое значение $SINR_*$ показателя ОСПШ, то поиск оптимальной характеристики в обобщённом виде можно будет записать как

$$T_A \rightarrow \min \text{ при условии } SINR \geq SINR_*, \quad (1.26)$$

где минимизация также осуществляется по всем рассматриваемым алгоритмам. Использование таких обобщённых постановок задачи поиска оптимальных значений показателей эффективности позволяет выделить среди большого количества различных алгоритмов обработки наилучший.

Также оптимальный метод обработки можно определить на основе выражения (1.24), задавая некоторое пороговое значение M_* алгоритмической сложности искомого алгоритма и добавляя его в условия задач (1.25) или (1.26) в качестве ограничения сверху для вычислительной сложности.

1.4 Выводы по главе 1

1. Из результатов рассмотрения современных научных публикаций следует, что проблема повышения помехоустойчивости спутниковых навигационных систем является актуальной и, несмотря на наличие большого количество способов её решения, нуждается в дополнительном изучении. Существующие алгоритмы обработки не исчерпывают доступных ресурсов помехоустойчивости спутниковых навигационных сигналов. В этой связи возникает необходимость разработки новых, более эффективных методов её повышения.

2. Среди известных способов улучшения помехоустойчивости спутниковых навигационных сигналов особое место занимают методы их пространственной обработки, а также связанные с ними алгоритмы с дополнительными временными и частотными степенями свободы. Многообразие различных вариантов данных перспективных методов обработки и сопутствующих алгоритмов вместе с их высокой эффективностью открывают большое пространство возможностей для их исследования и последующего действенного применения на практике. В данной работе в качестве способов повышения помехоустойчивости сигналов спутниковых навигационных систем будут рассматриваться различные варианты алгоритмов пространственной обработки.
3. Измерение качества работы алгоритмов пространственной обработки спутниковых навигационных сигналов можно проводить с использованием многих различных показателей. Среди них особенно выделяются такие характеристики энергетической эффективности обработки, как отношение сигнал/шум и коэффициент подавления помехи. Ещё одним важным показателем качества обработки является быстродействие соответствующих алгоритмов. Указанные характеристики будут использоваться для оценки качества пространственной обработки на протяжении всей работы.

Глава 2. МЕТОДЫ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ В СИСТЕМАХ СПУТНИКОВОЙ НАВИГАЦИИ

В данной главе проводится сравнение характеристик работы трёх различных алгоритмов ПОС, основанных на обработке сигналов фильтром, ВВК которого определяется выражением (1.19). Различие между рассматриваемыми алгоритмами заключается в применении трёх разных численных методов обращения КМ входного сигнала, участвующей в формировании ВВК вида (1.19). Глава начинается с рассмотрения вопроса о необходимости построения для входных сигналов АР с определённой геометрией выборочных КМ особой структуры. Далее, в связи с необходимостью работы с КМ особого вида и одновременного снижения вычислительной сложности ПОС приводится описание трёх специальных алгоритмов численного обращения матриц — основанный на применении ДПФ, алгоритм типа Левинсона и метод типа Шура. Завершается глава описанием экспериментов по компьютерному моделированию сигнальной обработки, проведённому с использованием приведённых алгоритмов обращения. Научные результаты, описанные в данной главе, опубликованы в работах [43—48].

2.1 Аппроксимация выборочных корреляционных матриц входных сигналов цифровых фильтров

Как было показано выше, в большинстве применяемых для режекции помех цифровых КИХ-фильтров для вычисления их ВВК используется поканальная КМ входного сигнала [32]. В частности, данная матрица фигурирует в соотношениях (1.14) и (1.19), определяющих различные варианты ЦОС, направленной на подавление помех. В данных формулах КМ возникает в связи с тем,

что она содержится в известных математических выражениях для точек, составляющих наилучшие значения различным функционалам качества, которые используются при определении ВВК оптимальных фильтров. Например, один из таких функционалов определяется выражением (1.13). Поэтому при построении многих эффективных противопомеховых цифровых фильтров неизбежно будет возникать необходимость работы с КМ их входных сигналов. На практике, однако, для построения ВВК пространственных фильтров используется не сама КМ, которую фактически невозможно вычислить вследствие конечной длительности входного сигнала, а некоторая её аппроксимация, построенная по ограниченному количеству отсчётов сигнала, то есть по некоторой сигнальной выборке.

В контексте дальнейшего повествования следует иметь в виду высказанные в подразделе 1.2.4 соображения о разбиении сигналов, поступающих на вход компенсатора помех, на интервалы квазистационарности достаточно малой длины. С одной стороны, такое разбиение необходимо для обеспечения корректного выполнения на подинтервалах обработки операций усреднения, которые входят в процесс построения ВВК адаптивных фильтров и могут производиться с большой погрешностью в случае присутствия в сигналах нестационарной стохастической составляющей. С другой стороны, с уменьшением длины подинтервалов разбиения возрастает необходимая частота выполнения вычислений, в связи с чем возникает необходимость применения алгоритмов обработки пониженной вычислительной сложности. Описанию одного из подходов к решению этой проблемы будет посвящён следующий раздел данной главы.

Существует большое количество различных способов вычисления выборочной КМ, каждый из которых имеет свои преимущества и недостатки. Наиболее распространённая формула построения выборочной КМ имеет вид

$$\hat{R} = \frac{1}{K} x x^H, \quad (2.1)$$

где x — матрица всех временных отсчётов входных сигналов фильтра, в которой строки соответствуют N входным каналам, а столбцы, число которых равно

K — дискретным отсчётам сигнала. При условии, что строки матрицы x попарно некоррелированы и $K \geq N$, выборочная КМ $\hat{R}$ является оценкой максимального правдоподобия исходной КМ. Если же $K < N$, то оценка (2.1) является вырожденной. Кроме того, построенная таким образом выборочная оценка не всегда обладает свойством, присущим любой КМ, а именно, она не всегда является неотрицательно определённой матрицей. Одним из способов нивелирования недостатков данной аппроксимации является использование метода диагональной регуляризации (англ. diagonal loading), который заключается в замене оценки $\hat{R}$ выражением

$$\tilde{R} = \hat{R} + C_{dl} \cdot E_N, \quad (2.2)$$

где E_N — единичная матрица порядка N , $C_{dl} > 0$ — параметр регуляризации. Такая оценка будет невырожденной и положительно определённой при любом $K \geq 0$ [49]. Параметр регуляризации может выбираться так, чтобы быть на несколько дБ больше мощности теплового шума в каналах фильтра, либо быть пропорциональным следу выборочной КМ $\hat{R}$, то есть

$$C_{dl} = \varepsilon \cdot \text{tr} \hat{R}, \quad (2.3)$$

где $\varepsilon > 0$. С точки зрения формирования диаграммы направленности адаптивной антенны использование диагональной регуляризации позволяет улучшить форму основного и боковых лепестков, но при этом также может негативно сказаться на глубине нулей. Более того, в связи с тем, что в результате диагональной регуляризации собственные числа КМ увеличиваются на некоторую величину, эффект от применения этой методики равносителен добавлению к помеховой обстановке вокруг АР множества небольших или слабых источников помех, что приводит к снижению подавляющей способности фильтра применительно к помехам низкой мощности. Поэтому техника диагональной регуляризации даёт положительный результат лишь при использовании относительно небольших значений параметра регуляризации [50; 51].

Ещё одним распространённым при решении задач сигнальной обработки методом приближённого вычисления КМ входных сигналов является использование формулы

$$\hat{R}_{k+1} = (1 - \mu)\hat{R}_k + \mu x(k)x^H(k), \quad k = 1, 2, \dots, \quad (2.4)$$

где $\mu \in (0, 1)$. Данная формула представляет собой разновидность оператора вычисления скользящего среднего, в которой величина параметра μ определяет степень вклада слагаемых в предыдущие моменты времени на итоговое приближение. Аналогичным способом можно также на каждой итерации алгоритма обработки вычислять матрицу, обратную к $\hat{R}$, участвующую в формировании ВВК многих оптимальных фильтров. Результирующее качество обработки с использованием формулы (2.4) в целом совпадает с таковым при применении выражения (2.1) [52].

Адаптивные АР могут иметь не только произвольное количество АЭ, но и самую разнообразную геометрию их размещения. Самыми распространёнными формами АР являются линейные, прямоугольные и кольцевые АР, в которых АЭ расположены, соответственно, вдоль отрезка прямой линии, во внутренности прямоугольника или вдоль линии окружности. Пространственная конфигурация АР влияет на некоторые свойства принимаемых с её помощью сигналов. В частности, в зависимости от геометрии АР КМ входного сигнала может также обладать определённой структурой. Например, как показано в работе [53], КМ линейной АР является тёплицевой, то есть матрицей, в которой все элементы, расположенные на одной диагонали, равны. В свою очередь, КМ кольцевой АР является циркулянтной, то есть матрицей, составленной из циклических сдвигов некоторого вектора. Нетрудно убедиться в том, что любая циркулянтная матрица по определению также является тёплицевой [54].

Представляется естественным предположить, что матрицы, являющиеся выборочными аппроксимациями КМ особого вида, будут сохранять структуру исходных КМ. Однако в реальности это не всегда оказывается так. Например, при использовании формулы (2.1) полученное приближение, вообще говоря, не

будет обладать той же структурой, какую имела исходная КМ [53]. В этой связи для сохранения у выборочных КМ структуры исходной матрицы необходимо использовать особые методы вычисления аппроксимирующих матриц.

Приближённое вычисление тёплицевых выборочных КМ достаточно подробно освещено в литературе и представлено многими различными методами. Так как эрмитова тёплицева матрица может быть полностью определена лишь своим первым столбцом, большинство соответствующих методов основано на некоторой аппроксимации этого вектора. Например, в качестве его оценки можно использовать первый столбец приближения (2.1), что даёт асимптотически несмещённую и состоятельную оценку, но построенная таким образом выборочная КМ не обязательно будет положительно определённой. Другой способ задания порождающего вектора аппроксимации тёплицевой КМ — вычисление набора средних арифметических для каждой диагонали оценочных матриц (2.1) или (2.2). Получившееся в данном случае приближение КМ также будет асимптотически несмещённой и состоятельной оценкой, но гарантированно положительно определённой такая матрица будет только при $N = 2$ [49].

Данный подход применяется также в работе [53], где для построения тёплицевых выборочных КМ линейных АР используется формула

$$\hat{r}_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{K(N-(j-i))} \sum_{k=1}^K \sum_{l=0}^{N-(j-i)-1} x_{1+l,k} x_{j-i+1+l,k}^*, & i \leq j, \\ \hat{r}_{ji}^*, & i > j, \end{cases} \quad (2.5)$$

где $i = 1, \dots, N$, верхний индекс $*$ обозначает комплексное сопряжение. С использованием обозначения $s = j - i$ формулу (2.5) можно переписать следующим образом:

$$\hat{r}_s = \begin{cases} \frac{1}{K(N-s)} \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^{N-s} x_{lk} x_{l+s,k}^*, & s \geq 0, \\ \hat{r}_{-s}^*, & s < 0. \end{cases} \quad (2.6)$$

Нетрудно видеть, что данная формула включает в себе два действия. Первое — вычисление элементов выборочной матрицы из формулы (2.1), которое выполняется суммированием с индексом k . Второе — подсчёт для каждой из диагоналей верхнетреугольной части полученной матрицы среднего арифметического

посредством суммирования по индексу l . В результате этих вычислений по вектору из всех средних значений упомянутым выше образом строится эрмитова тёплицева матрица — диагонали её верхнетреугольной части, соответствующие значениям $s \geq 0$, заполняются значениями из полученного усреднением набора, а диагонали нижнетреугольной — сопряжёнными им значениями. При этом для эрмитовости итоговой матрицы необходимо выполнение условия $\hat{r}_0 \in \mathbb{R}$, которое, как нетрудно убедиться, обеспечивается данной формулой.

Формулу (2.6) можно также использовать для построения циркулянтной выборочной КМ кольцевой АР. Для того, чтобы полученная аппроксимация обладала свойствами эрмитовости и циркулянтности, данную формулу требуется определённым образом уточнить. В этой связи представляется необходимым рассмотреть несколько примеров общих выражений для эрмитовых циркулянтных матриц разных порядков. Так, например, для случая $N = 5$ соответствующая матрица будет иметь следующий вид:

$$\begin{pmatrix} \hat{r}_0 & \hat{r}_1 & \hat{r}_2 & \hat{r}_2^* & \hat{r}_1^* \\ \hat{r}_1^* & \hat{r}_0 & \hat{r}_1 & \hat{r}_2 & \hat{r}_2^* \\ \hat{r}_2^* & \hat{r}_1^* & \hat{r}_0 & \hat{r}_1 & \hat{r}_2 \\ \hat{r}_2 & \hat{r}_2^* & \hat{r}_1^* & \hat{r}_0 & \hat{r}_1 \\ \hat{r}_1 & \hat{r}_2 & \hat{r}_2^* & \hat{r}_1^* & \hat{r}_0 \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

Нетрудно видеть, что число уникальных значений для построения такой матрицы равно

$$3 = \lfloor 5/2 \rfloor + 1,$$

где оператор $\lfloor \cdot \rfloor$ обозначает округление вниз до ближайшего целого числа. В свою очередь, для случая, например, $N = 6$ эрмитова циркулянтная матрица

должна иметь вид

$$\begin{pmatrix} \hat{r}_0 & \hat{r}_1 & \hat{r}_2 & \hat{r}_3 & \hat{r}_2^* & \hat{r}_1^* \\ \hat{r}_1^* & \hat{r}_0 & \hat{r}_1 & \hat{r}_2 & \hat{r}_3 & \hat{r}_2^* \\ \hat{r}_2^* & \hat{r}_1^* & \hat{r}_0 & \hat{r}_1 & \hat{r}_2 & \hat{r}_3 \\ \hat{r}_3 & \hat{r}_2^* & \hat{r}_1^* & \hat{r}_0 & \hat{r}_1 & \hat{r}_2 \\ \hat{r}_2 & \hat{r}_3 & \hat{r}_2^* & \hat{r}_1^* & \hat{r}_0 & \hat{r}_1 \\ \hat{r}_1 & \hat{r}_2 & \hat{r}_3 & \hat{r}_2^* & \hat{r}_1^* & \hat{r}_0 \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Нетрудно убедиться, что здесь, как и в предыдущем случае, количество различных значений для построения матрицы равно

$$4 = \lfloor 6/2 \rfloor + 1,$$

Стоит также отметить, что в данном случае существенным для эрмитовости матрицы является условие $\hat{r}_3 \in \mathbb{R}$.

Представления (2.7) и (2.8) можно использовать в качестве базы индукции для поиска общей формулы количества уникальных значений для построения эрмитовой циркулянтной выборочной КМ как тёплицевой. Предполагается, что искомая формула имеет вид

$$M = \lfloor N/2 \rfloor + 1. \quad (2.9)$$

Пусть формула (2.9) верна для некоторого числа $N \in \mathbb{N}$. Необходимо показать, что она будет верна и для всех последующих натуральных чисел, причём, как видно из приведённых представлений (2.7) и (2.8), нужно рассмотреть отдельно случаи чётных и нечётных значений.

Как указывалось выше, эрмитова циркулянтная матрица полностью определяется своим первым столбцом. В этой связи достаточно рассмотреть его устройство для разных порядков конструируемой матрицы. Первый элемент образующего столбца задаёт диагональ эрмитовой циркулянтной комплексной матрицы и потому он остаётся вещественным и не влияет на значения других элементов. В случае нечётного порядка матрицы число остальных элементов образующего вектора является чётным, причём, как видно из представления (2.7),

эти элементы расположены внутри данного вектора в виде двух последовательностей, отличающихся друг от друга комплексным сопряжением значений и обратным порядком заполнения. Очевидно, что если построенный в таком виде образующий вектор порождает необходимую матрицу для некоторого нечётного порядка, то то же самое будет происходить и для любого другого нечётного числа, а количество различных значений для построения такого образующего вектора равно

$$M_1 = 1 + \frac{N-1}{2}. \quad (2.10)$$

В случае же чётного порядка матрицы для сохранения её эрмитовости между двумя симметричными половинами образующего вектора необходимо вставить вещественный элемент с индексом $N/2$, как это сделано в представлении (2.8). Аналогично предыдущему случаю, из верности такого построения для некоторого чётного порядка легко следует его справедливость для любого чётного порядка, но при этом число уникальных значений для построения образующего вектора становится равным

$$M_2 = 1 + \frac{N-1}{2} + 1. \quad (2.11)$$

При объединении полученных формул (2.10) и (2.11) и их унификации с целью применимости к произвольному порядку матрицы получается искомое выражение (2.9), так как

$$\lfloor N/2 \rfloor = \begin{cases} N/2, & N - \text{чётное}, \\ (N-1)/2, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Таким образом, количество уникальных значений для построения эрмитовой циркулянтной выборочной КМ как тёплицевой равно числу M , определяемому выражением (2.9). При этом для чётных значений N также должно выполняться условие $\hat{r}_{M-1} \in \mathbb{R}$. С учётом этого результата, уточнение формулы (2.6) для случая построения эрмитовых циркулянтных выборочных КМ

выглядит следующим образом:

$$\hat{r}_s = \begin{cases} \frac{1}{K(N-s)} \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^{N-s} x_{lk} x_{l+s,k}^*, & s = 0, \dots, M-1, \\ \frac{1}{K(N-s)} \left| \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^{N-s} x_{lk} x_{l+s,k}^* \right|, & (s = M-1) \wedge (2 \mid N), \\ \hat{r}_{N-s}^*, & s = M, \dots, N-1, \\ \hat{r}_{-s}^*, & s < 0. \end{cases} \quad (2.12)$$

В разделе 2.3 будут описаны результаты экспериментальной проверки качества аппроксимации циркулянтных КМ кольцевых АР по данной формуле.

2.2 Численные алгоритмы обращения тёплицевых и циркулянтных матриц

При построении большинства цифровых алгоритмов ПОС — в частности, по формулам (1.14) и (1.19) — используется не сама КМ входного сигнала, а матрица, обратная к ней. Вычислить матрицу, обратную к данной в общем случае можно многими различными способами, однако если исходная матрица обладает определённой структурой, то можно использовать специальные алгоритмы численного обращения, позволяющие упростить и ускорить вычисления. В частности, существуют различные численные методы обращения тёплицевых и циркулянтных матриц, возникающих в задачах ЦОС при использовании линейных и кольцевых АР. Данные вычислительные алгоритмы отличаются не только на концептуальном уровне, но и на качественном, показывая различающиеся между собой значения некоторых характеристик качества их работы.

Алгоритмы численного обращения тёплицевых матриц практически исчерпываются двумя большими классами: методами типа Левинсона и типа Шура. В данной работе было рассмотрено по одному алгоритму с наилучшими характеристиками работы из каждой группы методов. В частности, в качестве

алгоритма типа Шура был выбран метод обращения Барайсса, ранее не имевший широкого применения в задачах ЦОС и при этом как правило показывающий хорошие результаты работы. В дополнение к двум указанным методам обращения тёплицевых матриц с целью сравнения был также рассмотрен один из лучших в плане быстродействия алгоритмов обращения циркулянтных матриц, основанный на применении ДПФ.

2.2.1 Обращение циркулянтных матриц с использованием дискретного преобразования Фурье

Наиболее известный численный метод обращения циркулянтной матрицы основан на том факте, что такие матрицы диагонализуются с помощью матрицы ДПФ, а именно, для циркулянтной матрицы A порядка N , образованной вектором a , справедливо равенство

$$A = \frac{1}{N} F_N^H \text{diag} \{F_N a\} F_N, \quad (2.13)$$

где F_N — матрица Фурье порядка N , составленная из элементов

$$(f_N)_{kj} = \exp \left\{ \frac{2\pi i}{N} (k-1)(j-1) \right\}, k, j = 1, \dots, N,$$

$\text{diag} \{z\}$ — диагональная матрица, составленная из компонент вектора z [55]. В силу представления (2.13) для обращения матрицы A необходимо вычислить обратные матрицы для каждого из сомножителей из правой части равенства. Известно, что матрица Фурье является унитарной, что в свою очередь означает, что обратная к ней матрица получается посредством её эрмитова сопряжения. Также известно, что для обращения диагональной матрицы достаточно обратить её диагональные элементы. При этом в равенстве (2.13) элементы диагональной матрицы представляют собой ДПФ образующего вектора a [56], что позволяет применить для их вычисления алгоритм БПФ. При моделировании

Вход: A — циркулянтная матрица порядка N .

Выход: B — матрица, обратная к A .

- | | |
|---------------------------------------|---|
| 1: $a \leftarrow A(1, :)$ | ▷ Выделение образующего вектора (первой строки) |
| 2: $d \leftarrow \text{FFT}(a)$ | ▷ Вычисление БПФ |
| 3: $F \leftarrow \text{dftmtx}(N)$ | ▷ Формирование матрицы Фурье порядка N |
| 4: $D \leftarrow \text{diag}(1 ./ d)$ | ▷ Обращение диагональной матрицы |
| 5: $B \leftarrow F * D * F' ./ N$ | ▷ Вычисление результата |
-

Таблица 1 — Схема выполнения алгоритма обращения с БПФ.

в рамках данного исследования для реализации БПФ использовался метод Кули — Тьюки — наиболее известный из быстрых алгоритмов вычисления ДПФ, который заключается в представлении преобразования длины, равной составному числу, в виде многократного выполнения преобразований с меньшими длинами, равными некоторым делителям длины исходных данных [57]. Дополнительно упростить вычисления при выполнении БПФ позволяет тот факт, что выражение (2.13) содержит много тривиальных произведений, а также умножений на так называемые «поворачивающие множители» ДПФ — набор комплексных чисел с единичным модулем, которые при известном N можно вычислить заранее и записать в память электронной вычислительной машины (далее — ЭВМ) для многократного использования. Далее в тексте этот алгоритм обращения циркулянтной матрицы будет обозначаться как алгоритм с БПФ. Схема выполнения данного алгоритма обращения, выполненная на основанном на языке MATLAB псевдокоде, приведена в таблице 1.

Общая вычислительная сложность данного алгоритма складывается из количества операций, необходимых для вычисления БПФ, и числа остальных действий, выполняемых для получения матрицы, обратной к исходной. Пусть порядок обрабатываемой матрицы является составным числом, то есть он представим в виде произведения двух натуральных чисел, больших единицы: $N = n_1 n_2$. В этом случае БПФ можно вычислить по методу Кули — Тьюки, который заключается в последовательном выполнении следующих шагов: вычисление n_1 преобразований длины n_2 , умножение результатов на N поворачивающих мно-

жителей и выполнение для полученных значений n_2 преобразований длины n_1 . С учётом наличия среди комплексных множителей ДПФ значительного числа единиц, приводящих к появлению тривиальных умножений, вычислительная сложность алгоритма БПФ Кули — Тьюки как сумма сложностей всех его шагов равняется

$$C_1 = n_1 (2n_2 - 1) (n_2 - 1) + (n_1 - 1) (n_2 - 1) + n_2 (2n_1 - 1) (n_1 - 1).$$

Путём несложных преобразований данное выражение можно упростить до

$$C_1 = N (2n_1 + 2n_2 - 5) + 1. \quad (2.14)$$

Данное число сопоставимо с приведённым в монографии [57] количеством операций алгоритма Кули — Тьюки, равным

$$C'_1 = (2N - 1) (n_1 + n_2) - N + 1.$$

С использованием очевидно выполняемых неравенств $n_1^2 n_2 < N^2$ и $n_1 n_2^2 < N^2$ в выражении (2.14) можно уйти от не влияющих на общий порядок членов n_1 и n_2 путём оценки данного выражения сверху следующим образом:

$$C_1 < 4N^2 - 5N + 1.$$

Количество остальных операций алгоритма обращения матрицы с БПФ можно оценить сверху как

$$C_2 = N^3 + 2N^2 + N.$$

Это число включает в себя N делений, необходимых для построения диагональной матрицы, N^2 умножений, происходящих при умножении диагональной матрицы на матрицу Фурье, не менее N^3 операций, выполняемых при умножении двух плотных матриц, и N^2 делений, завершающих вычисление обратной матрицы. Все указанные операции входят в действия, выполняемые на шагах 4 и 5 алгоритма, описанного в таблице 1. Объединяя полученные оценки, можно определить суммарную вычислительную сложность алгоритма с БПФ выражением

$$C_{FFT} = N^3 + 6N^2 - 4N + 1. \quad (2.15)$$

2.2.2 Обращение тёплицевых матриц посредством модифицированного алгоритма типа Левинсона

Как было указано выше, любая циркулянтная матрица является также тёплицевой. В этой связи для обращения циркулянтных матриц можно также использовать особые алгоритмы вычисления матриц, обратных к тёплицевым. Вычислительная сложность таких численных методов за счёт использования структуры исходной матрицы составляет $O(N^2)$ операций, в отличие от сложности в $O(N^3)$ операций у классических методов. Поэтому специальные методы обращения тёплицевых матриц называются также «быстрыми». Многие из данных алгоритмов относятся к одному из двух больших классов: алгоритмы типа Левинсона и алгоритмы типа Шура. Различие между ними состоит в том, что методы первого типа основываются на разложении матрицы, обратной к искомой, а второго — на факторизации самой рассматриваемой матрицы [58]. При этом теоретические и практические результаты показывают, что, как правило, алгоритмы типа Шура обладают гораздо большей численной устойчивостью, чем алгоритмы типа Левинсона [59]. Далее будет рассмотрено по одному алгоритму из каждой группы.

В качестве алгоритма типа Левинсона рассматривается метод, предложенный Воеводиным и Тыртышниковым в книге [60] (далее — алгоритм ВТ), являющийся модификацией подходов Левинсона, Дурбина и Тренча, восходящих, в свою очередь, к методу рекурсии Левинсона — Дурбина [58; 61]. Алгоритм заключается в итерационном вычислении первого столбца искомой обратной матрицы по первому столбцу исходной эрмитовой тёплицевой матрицы и последующему восстановлению всей результирующей матрицы по вычисленному первому столбцу. Именно, пусть $a = (a_0, \dots, a_{N-1})^T$ — первый столбец известной эрмитовой тёплицевой матрицы A порядка N , p_0 — произвольное ненулевое число, $\tilde{x}_0^{(0)} = 1/(a_0 p_0)$ — значение, инициализирующее итерационный вычислительный процесс (верхний индекс в скобках — номер итерации). Тогда первый

столбец матрицы, обратной к A , получается в результате выполнения следующей итерационной процедуры для $k = 1, \dots, N - 1$:

$$\begin{aligned}\tilde{s}_k &= -p_{k-1} \left(a_k \tilde{x}_0^{(k-1)} + \dots + a_1 \tilde{x}_{k-1}^{(k-1)} \right), \\ p_k &= \frac{p_{k-1}}{1 - |s_k|^2}, \\ \begin{pmatrix} \tilde{x}_0^{(k)} \\ \vdots \\ \tilde{x}_k^{(k)} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \tilde{x}_0^{(k-1)} \\ \vdots \\ \tilde{x}_{k-1}^{(k-1)} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \left(\tilde{x}_{k-1}^{(k-1)} \right)^* \\ \vdots \\ \left(\tilde{x}_0^{(k-1)} \right)^* \end{pmatrix} \tilde{s}_k.\end{aligned}\quad (2.16)$$

Матрица A^{-1} , в свою очередь, вычисляется с использованием вектора $\tilde{x} = p_{N-1} \tilde{x}^{(N-1)}$ по следующей формуле, известной как формула Гохберга — Семенчула [62]:

$$A^{-1} = \frac{1}{\tilde{x}_0} (BB^* - CC^*), \quad (2.17)$$

где

$$B = \begin{pmatrix} \tilde{x}_0 & 0 & \dots & 0 \\ \tilde{x}_1 & \tilde{x}_0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ \tilde{x}_{N-1} & \dots & \tilde{x}_1 & \tilde{x}_0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ \tilde{x}_{N-1}^* & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ \tilde{x}_1^* & \dots & \tilde{x}_{N-1}^* & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.18)$$

Схема выполнения данного алгоритма обращения приведена в таблице 2.

Общая вычислительная сложность данного метода обращения эрмитовой тёплицевой матрицы складывается из операций, относящихся к итерационной процедуре (2.16), которой соответствуют строки 3—10 алгоритма из таблицы 2, а также операций, необходимых для вычисления итогового выражения (2.17), описываемого в строках 12—14 той же таблицы. Количество операций, необходимых для выполнения итерационной процедуры (2.16), с учётом одновременного роста номера итерации и размерности вычисляемого вектора можно оценить выражением

$$C_1 = 3 + 6(N - 1) + 4 \sum_{j=1}^{N-1} j,$$

Вход: A — тёплицева матрица порядка N .

Выход: D — матрица, обратная к A .

```

1:  $a \leftarrow A(:, 1)$  ▷ Выделение первого столбца исходной матрицы
2:  $p \leftarrow N$  ▷ Инициализация переменных
3:  $x_0 \leftarrow 1 / (a(1) * p)$ 
4: for  $k = 2, \dots, N$  do
5:    $s \leftarrow -p * \text{sum}(a(k : -1 : 2) .* x_0)$ 
6:    $p \leftarrow p / (1 - \text{abs}(s)^2)$ 
7:    $x_1 \leftarrow [x_0; 0] + [0; \text{conj}(\text{flipud}(x_0))] * s$ 
8:    $x_0 \leftarrow x_1$ 
9: end for
10:  $x \leftarrow p * x_1$ 
11:  $y \leftarrow \text{conj}(\text{flipud}(x))$ 
12:  $B \leftarrow \text{toeplitz}(x, [x(1), \text{zeros}(1, n - 1)])$ 
13:  $C \leftarrow \text{toeplitz}([0; y(1 : (n - 1))], \text{zeros}(1, n))$ 
14:  $D \leftarrow (B * B' - C * C') ./ x(1)$ 

```

Таблица 2 — Схема выполнения алгоритма ВТ.

которое можно упростить до

$$C_1 = 2N^2 + 4N - 3. \quad (2.19)$$

Полученное выражение согласуется с приведённой в монографии [60] оценкой вида $2N^2$ для старшего члена выражения для количества операций, выполняемых в рамках процедуры (2.16). В свою очередь, сложность вычисления выражения (2.17) равна

$$C_2 = C_T(N) + C_T(N - 1) + 2N^2 - 2N + 1, \quad (2.20)$$

где $C_T(N)$ — количество операций, которое необходимо выполнить для умножения двух тёплицевых матриц одного из видов, представленных в выражении (2.18), порождающий вектор которых состоит из N ненулевых элементов. Данная величина равна

$$C_T(N) = \frac{2N^3 + N}{3}. \quad (2.21)$$

Подставляя выражение (2.21) в (2.20) и складывая результат с оценкой (2.19), можно получить итоговое представление количества операций, выполняемых описанным алгоритмом, в следующем виде:

$$C_{BT} = \frac{4}{3}N^3 + 2N^2 + \frac{14}{3}N - 3. \quad (2.22)$$

2.2.3 Модифицированный алгоритм Барайсса для обращения тёплицевых матриц

Второй рассматриваемый метод обращения тёплицевых матриц — алгоритм Барайсса, относящийся к алгоритмам типа Шура [59; 63] и до настоящего времени не использовавшийся в задачах адаптации АР. Данный метод заключается в построении представления исходной матрицы в виде произведения верхне- и нижнетреугольной матриц L и U путём последовательного удаления из изначальной матрицы лишних диагоналей. Вычислительные свойства алгоритма Барайсса схожи с характеристиками метода Гаусса без выбора главного элемента. В частности, алгоритм Барайсса численно устойчив для положительно определённых симметричных тёплицевых матриц, что делает его лучшим с вычислительной точки зрения по сравнению с алгоритмом Левинсона [64; 65]. Также при решении некоторых практических задач общее качество работы алгоритма Барайсса оказывается выше, чем у алгоритма с БПФ [66].

Оригинальный алгоритм Барайсса допускает модификацию, при которой становится возможным одновременное вычисление матриц L^{-1} и U^{-1} , произведение которых равняется искомой обратной матрице. Формулы, задающие модифицированный алгоритм Барайсса для вещественного случая, приведены в работе [67]. Далее приводится алгоритм с формулами, распространёнными на случай комплексных эрмитовых тёплицевых матриц. Пусть $A^{(0)} = A$ — исходная матрица, $M^{(0)} = E_N$ — единичная матрица порядка N . Итерационная про-

цедура разработанного алгоритма имеет следующий вид для $k = 1, \dots, N - 1$:

$$\begin{aligned}
 m &= \frac{A_{k+1,1}^{(-k+1)}}{A_{NN}^{(-k+1)}}, \\
 (Z_k)_{jl} &= \begin{cases} 1, & l = j + k, \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases} \\
 A^{(-k)} &= A^{(-k+1)} - mZ_k A^{(k-1)}, \\
 A^{(k)} &= \text{rot} \left\{ (A^{(-k)})^* \right\}, \\
 M^{(-k)} &= M^{(-k+1)} - mZ_k M^{(k-1)}, \\
 M^{(k)} &= \text{rot} \left\{ (M^{(-k)})^* \right\},
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

где $\text{rot} \{Z\}$ обозначает матрицу, полученную из матрицы Z поворотом всех её элементов на 180° вокруг её центра, то есть

$$(\text{rot} \{Z\})_{kj} = z_{N-k+1, N-j+1}, k, j = 1, \dots, N.$$

После выполнения всех итераций алгоритма искомые матрицы вычисляются по следующим формулам:

$$\begin{aligned}
 U &= A^{(1-N)}, \\
 L &= \left(\text{diag} \left\{ \left(\frac{1}{a_{11}^{(N-1)}}, \dots, \frac{1}{a_{NN}^{(N-1)}} \right) \right\} A^{(N-1)} \right)^{T2}, \\
 U^{-1} &= \left(\text{diag} \left\{ \left(\frac{1}{a_{11}^{(N-1)}}, \dots, \frac{1}{a_{NN}^{(N-1)}} \right) \right\} M^{(N-1)} \right)^{T2}, \\
 L^{-1} &= M^{(1-N)},
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

где верхний индекс $T2$ обозначает транспонирование относительно побочной диагонали, то есть

$$(Z^{T2})_{kj} = z_{N-j+1, N-k+1}, k, j = 1, \dots, N.$$

Схема выполнения данного алгоритма приведена в таблице 3.

Вход: A — тёплицева матрица порядка N .

Выход: B — матрица, обратная к A .

```

1:  $A_1^0 \leftarrow A$  ▷ Инициализация переменных
2:  $A_2 \leftarrow A$ 
3:  $M_1^0 \leftarrow E_N$ 
4:  $M_2 \leftarrow E_N$ 
5: for  $k = 1, \dots, N - 1$  do
6:    $m \leftarrow A_1^0(i + 1, 1)/A_1^0(N, N)$ 
7:    $Z \leftarrow \text{diag}(\text{ones}(N - i, 1), -i)$ 
8:    $A_1^1 \leftarrow A_1^0 - m * Z * A_2$ 
9:    $M_1^1 \leftarrow M_1^0 - m * Z * M_2$ 
10:   $A_2 \leftarrow \text{rot}(\text{conj}(A_1^1))$ 
11:   $M_2 \leftarrow \text{rot}(\text{conj}(M_1^1))$ 
12:   $A_1^0 \leftarrow A_1^1$ 
13:   $M_1^0 \leftarrow M_1^1$ 
14: end for
15:  $L \leftarrow M_1^1$ 
16:  $U \leftarrow \text{T2}(\text{diag}(1 ./ \text{diag}(A_2)) * M_2)$  ▷ Побочное транспонирование
17:  $B \leftarrow U * L$ 

```

Таблица 3 — Схема выполнения разработанного алгоритма обращения.

Для определения количества операций, выполняемых в ходе работы алгоритма, необходимо отдельно оценить сложность итерационной процедуры (2.23) и заключительных вычислений (2.24). Из строк 5—14 таблицы 3 видно, что сложность выполнения итерационной процедуры можно оценить как

$$C_1 = \sum_{i=1}^{N-1} (1 + 2N(N - i) + 2(N - i))$$

операций. Это выражение можно упростить до

$$C_1 = N^3 - 1. \quad (2.25)$$

В работе [67], содержащей исходный метод Барайсса для вещественного случая, сложность вычислений по процедуре, аналогичной (2.23), имеет более низкую оценку, а именно $3N^2 + O(N)$ операций. Судя по всему, такая оценка в

указанной работе была получена не только с учётом предположения о вещественности обращаемой матрицы, но и в результате вывода из рассмотрения некоторых отдельных операций итерационной процедуры, посчитавшихся тривиальными. Так или иначе, полученное выше выражение (2.25) вполне можно считать корректной и не слишком грубой оценкой сверху числа выполняемых в процедуре (2.23) операций и использовать в дальнейших рассуждениях. В свою очередь, итоговое вычисление обратных матриц из выражения (2.24) требует выполнения не менее $N + N^2$ операций с учётом диагональности и треугольности соответствующих матриц. Таким образом, общую сложность разработанного алгоритма обращения матриц можно оценить как

$$C_{Bareiss} = N^3 + N^2 + N - 1 \quad (2.26)$$

операций.

Сравнивая полученные выражения для вычислительных сложностей всех описанных выше алгоритмов обращения — то есть, формулы (2.15), (2.22) и (2.26) — можно увидеть, что все они представляют собой кубические функции от порядка обращаемой матрицы. Иными словами, общее количество операций, выполняемых каждым из описанных алгоритмов, можно оценить как $O(N^3)$. Однако, если обратить внимание на постоянные коэффициенты при высших степенях N в указанных выражениях, то становится ясно, что предложенный алгоритм обращения, основанный на модификации метода Барайсса, имеет самую низкую вычислительную сложность среди рассмотренных алгоритмов. Так, из сравнения выражений (2.22) и (2.26) видно, что коэффициент при члене третьей степени в последней формуле меньше — 1 по сравнению с $4/3$. В свою очередь, в выражении (2.15) коэффициент при третьей степени совпадает с таковым в формуле (2.26), но уже при второй степени он оказывается больше — 6 против 1. Таким образом, из приведённого анализа можно сделать вывод о пониженной вычислительной сложности предложенного алгоритма по сравнению с другими известными методами обращения матриц особой структуры.

2.3 Моделирование алгоритмов пространственной обработки сигналов в MATLAB

Для анализа работы описанных выше методов построения выборочных КМ особого вида и алгоритмов их обращения были проведены эксперименты по пространственной обработке в среде MATLAB экспериментальных записей реальных спутниковых сигналов с добавлением источника широкополосной энергетической помехи. При записи сигналов АР и источники полезного сигнала и помехи находились в безэховой экранированной камере (далее — БЭК), спутниковый сигнал принимался на крыше здания и подавался в камеру через систему кабелей. Там полезный сигнал и помеха излучались в направлении принимающей АР с помощью передающих антенн, размещённых в разных частях камеры. Схематическое изображение обстановки для проведения экспериментов приведено на рис. 2.1. В результате проведения нескольких экспериментов с линейными и кольцевыми АР с разным количеством АЭ были получены записи сигналов, состоящих из смеси помехи, полезных сигналов спутников и шумов, уровни которых соответствуют определённым в подразделе 1.1.3.

Далее записи сигналов, имеющие вид последовательностей комплексных временных отсчётов, были подвергнуты ЦОС. По полученным отсчётам сигналов строились выборочные КМ: по классической формуле (2.1), а также для сравнения с выражением (2.1) как с эталонным в случае линейных АР вычислялись выборочные аппроксимации тёплицевых КМ по формуле (2.5), а для кольцевых АР — выборочные приближения циркулянтных КМ в соответствии с предложенной формулой (2.12). Коды реализаций данных вычислений в среде MATLAB приведены соответственно в листингах 2.1 и 2.2. Функции `checkToeplitz()` и `circCheck()`, содержащиеся в конце данных программ, выполняют проверку построенных матриц на предмет обладания необходимой структурой.

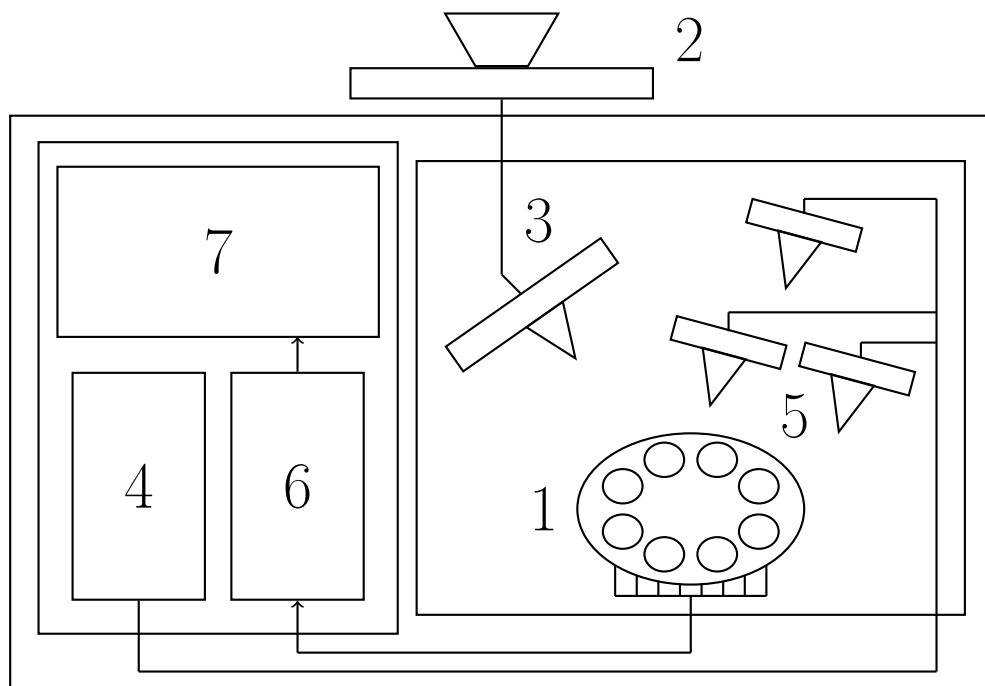


Рисунок 2.1 — Схема обстановки для проведения экспериментов. Обозначения: 1 — АР, установленная в БЭК; 2 — антенна, принимающая спутниковый сигнал на крыше здания; 3 — антенна, передающая спутниковый сигнал в БЭК; 4 — устройство для излучения помех; 5 — антенны, излучающие помехи; 6 — устройство для записи сигнала с АР; 7 — ЭВМ, осуществляющая ЦОС.

Далее на основе полученных КМ с использованием выражения (1.19), определяющего бимформер Кейпона, формировались ВВК адаптивных пространственных фильтров. В листинге 2.3 приведён код реализации в среде MATLAB алгоритма 1 обращения с БПФ с одновременным подсчётом числа выполняемых операций в соответствии с вычислениями, приведёнными в подразделе 2.2.1. Здесь функция `fft_14()` реализует БПФ длины 14 методом Кули — Тьюки. Листинг 2.4 содержит код реализации в среде MATLAB алгоритма 2 обращения ВТ с одновременным подсчётом числа выполняемых операций в соответствии с расчётами, приведёнными в подразделе 2.2.2. Здесь функция `numOperTrMN()` осуществляет подсчёт операций по формуле (2.21). Код реализации в среде MATLAB разработанного алгоритма 3 обращения с одновременным вычислением количества выполняемых операций в соответствии с материалом подраздела 2.2.3 содержится в листинге 2.5.

Листинг 2.1 — Код реализации в MATLAB функции для вычисления тёплицевой КМ для линейной АР.

```

function r = getToeplitzCorr(x,N0)
[N,M] = size(x);
if (nargin == 1)
    N0 = min(N,M);
5  end
r = zeros(N);
for j = 1:N
    for i = 1:j
        sum = 0;
10    for k = 1:N0
        for l = 1:(N-j+i)
            sum = sum + x(l,k) * conj(x(l+j-i,k));
        end
    end
15    r(i,j) = (1/(N0*(N-(j-i)))) * sum;
    r(j,i) = conj(r(i,j));
end
end
if ~checkToeplitz(r)
20    error('The result is not toeplitz.');
```

Оптимальные значения θ_* и φ_* углов θ и φ , входящих в формулу (1.19) бимформера и задающих априори неизвестное направление на источник полезного сигнала, вычислялись исходя из условия максимизации КП помехи при первичной обработке короткой сигнальной выборки, то есть в соответствии с выражением

$$(\theta_*, \varphi_*) = \arg \max_{\theta, \varphi, i} \left\{ \frac{\mathbb{D}x_i}{\mathbb{D}\{w(\theta, \varphi)x\}} \right\}, \quad (2.27)$$

где $\mathbb{D}\{\cdot\}$ — оператор вычисления выборочной дисперсии, x_i — выборка из отсчётов i -го входного канала фильтра. Далее с помощью построенных ВВК производилась обработка полноразмерных записей, после чего результирующий сигнал подавался на вход программного приёмника спутниковых навигационных сиг-

Листинг 2.2 — Код реализации в MATLAB функции для вычисления циркулянтной КМ для кольцевой АР.

```

function r = getCircCorr(x,N0)
N = size(x,1);
if (nargin == 1)
    N0 = N;
5  end
r = zeros(1,N);
M = floor(N / 2) + 1;
for j = 0:(M-1)
    sum = 0;
10  for k = 1:N0
        for l = 1:(N-j)
            sum = sum + x(l,k) * conj(x(l+j,k));
        end
    end
15  if (mod(N,2) == 0) && (j == M-1)
        r(j+1) = (1/(N0*(N-j))) * abs(sum);
    else
        r(j+1) = (1/(N0*(N-j))) * sum;
        if (j ~= 0)
20      r(N-j+1) = conj(r(j+1));
        end
    end
end
r = toeplitz(r);
25 if ~circCheck(r)
    error('The result is not circulant.');
```

30

Листинг 2.3 — Код реализации в MATLAB функции для обращения матрицы по алгоритму с БПФ для случая матрицы порядка 14.

```

function [res,ops] = getInvCircFFT14(A)
if circCheck(A) && (length(A) == 14)
    [d,ops] = fft_14(A(1,:));
    res = (dftmtx(14)*diag(1./d)*dftmtx(14)') ./ 14;
5   ops = ops + 14 + 14^2 + 14^3 + 14^2;
    ops = round(ops);
else
    error('Wrong input. ');
10  end

```

налов SoftGNSS [11], где обработанная запись проверялась на наличие навигационного сигнала и где происходила оценка его качества. При построении ВВК посредством обращения выборочных КМ измерялись время работы каждого из алгоритмов обращения (с помощью встроенной в MATLAB функции), а также количество операций сложения и умножения, выполненных алгоритмом, в соответствии с расчётами, описанными в подразделах 2.2.1–2.2.3. При адаптивной обработке записей сигналов измерялись средняя амплитуда до и после обработки, а также КП помехи. При обработке прошедших через фильтр записей программным приёмником измерялось среднее по длительности сигнала ОНШ (C/N_0) для спутника, которому соответствовал наибольший из максимумов корреляции входного сигнала с локально генерируемыми опорными С/А-кодами. В приёмнике SoftGNSS значения C/N_0 вычисляются с помощью метода суммирования дисперсии (англ. variance summing) [68]. Общая схема полного процесса ЦОС представлена на рис. 2.2.

У всех полученных сигналов средняя амплитуда до фильтрации получилась равной примерно 50 дБ. Значения остальных измерявшихся параметров представлены в таблицах 4–6 и рисунках 2.3–2.11. Из содержащихся в данных таблицах и рисунках результатов экспериментов можно сделать следующие выводы.

Листинг 2.4— Код реализации в MATLAB функции для обращения матрицы по алгоритму ВТ.

```

function [B,ops] = getInvToeplitz(A)
if ~checkToeplitz(A)
    error('The input is not toeplitz.');
```

5 end

```

    a = A(:,1);
    n = length(a);
    p = 1;
    x0 = 1/(a(1)*p);
    ops = 2;
10    for k = 2:n
        s = -p*sum(a(k:-1:2).*x0);
        ops = ops + length(x0) + (length(x0)-1) + 1;
        p = p/(1-(abs(s)^2));
        ops = ops + 4 + 1 + 1 + 1;
15    x1 = [x0;0] + [0;conj(flipud(x0))]*s;
        ops = ops + 2*length(x0) - 1;
        x0 = x1;
    end
    x = p*x1;
20    ops = ops + 1;
    y = conj(flipud(x));
    x = p*x1;
    y = q*y1;
    ops = ops + 2;
25    end
    B = (toeplitz(x,[x(1),zeros(1,n-1)])*toeplitz([y(n);zeros(n-1,1)],y(n:-1:1)) - ...
        toeplitz([0;y(1:(n-1))],zeros(1,n))*toeplitz(zeros(n,1),[0,x(n:-1:2).']))./ x(1);
    ops = ops + numOperTrMN(n) + numOperTrMN(n-1) + (n^2 - (2*n - 1)) + n^2;
30    ops = round(ops);
```

Листинг 2.5— Код реализации в MATLAB функции для обращения матрицы по разработанному алгоритму.

```

function [Tinv,ops] = bareiss(T)
    if (size(T,1) ~= size(T,2)) || (norm(T - T') > eps) || ~
checkToeplitz(T)
        error('Wrong input. ');
    end
5   n = length(T);
    T1p = T;
    T2 = T;
    M1p = eye(n);
    M2 = eye(n);
10   ops = 0;
    for i = 1:(n-1)
        m = T1p(i+1,1)/T1p(n,n);
        ops = ops + 1;
        Z = diag(ones(n-i,1),-i);
15   T1n = T1p - m * Z * T2;
        ops = ops + 2*n*(n-i);
        M1n = M1p - m * Z * M2;
        ops = ops + 2*(n-i);
        T2 = rot90(conj(T1n),2);
20   M2 = rot90(conj(M1n),2);
        T1p = T1n;
        M1p = M1n;
    end
    Linv = M1n;
25   Uinv = fliplr(eye(n))*((diag(1./diag(T2))*M2).')*fliplr(eye(
n));
    ops = ops + n + n^2;
    Tinv = Uinv*Lin;
    ops = round(ops);

```

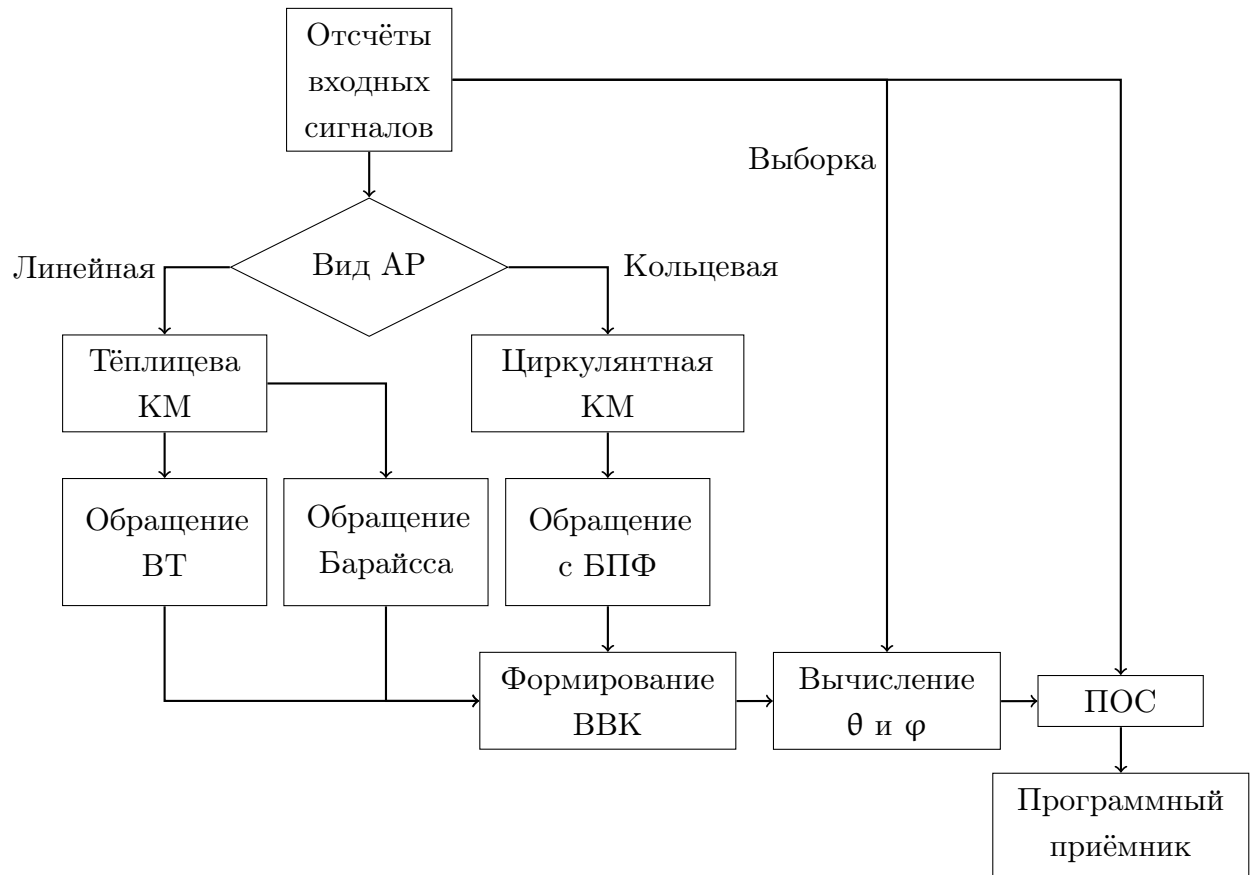


Рисунок 2.2 — Схема ЦОС с разными алгоритмами обращения.

Количество АЭ	Амплитуда после обработки, дБ	КП, дБ		C/N_0 , дБ		Время работы алгоритмов обращения, с	
		Выборочная КМ	Аппроксимация	Выборочная КМ	Аппроксимация	Алгоритм ВТ	Разработанный алгоритм
4	24	26	25	44	43	$4,6 \cdot 10^{-4}$	$4,8 \cdot 10^{-4}$
6	23	28	26	46	44	$2,1 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-3}$
8	21	29	28	47	46	$1,7 \cdot 10^{-3}$	$6,5 \cdot 10^{-4}$
10	20	31	29	49	47	$4,7 \cdot 10^{-4}$	$4,3 \cdot 10^{-4}$
12	18	33	31	49	49	$6 \cdot 10^{-4}$	$4,9 \cdot 10^{-4}$
14	17	34	32	51	50	$1,5 \cdot 10^{-3}$	10^{-3}

Таблица 4 — Результаты экспериментов с линейной АР.

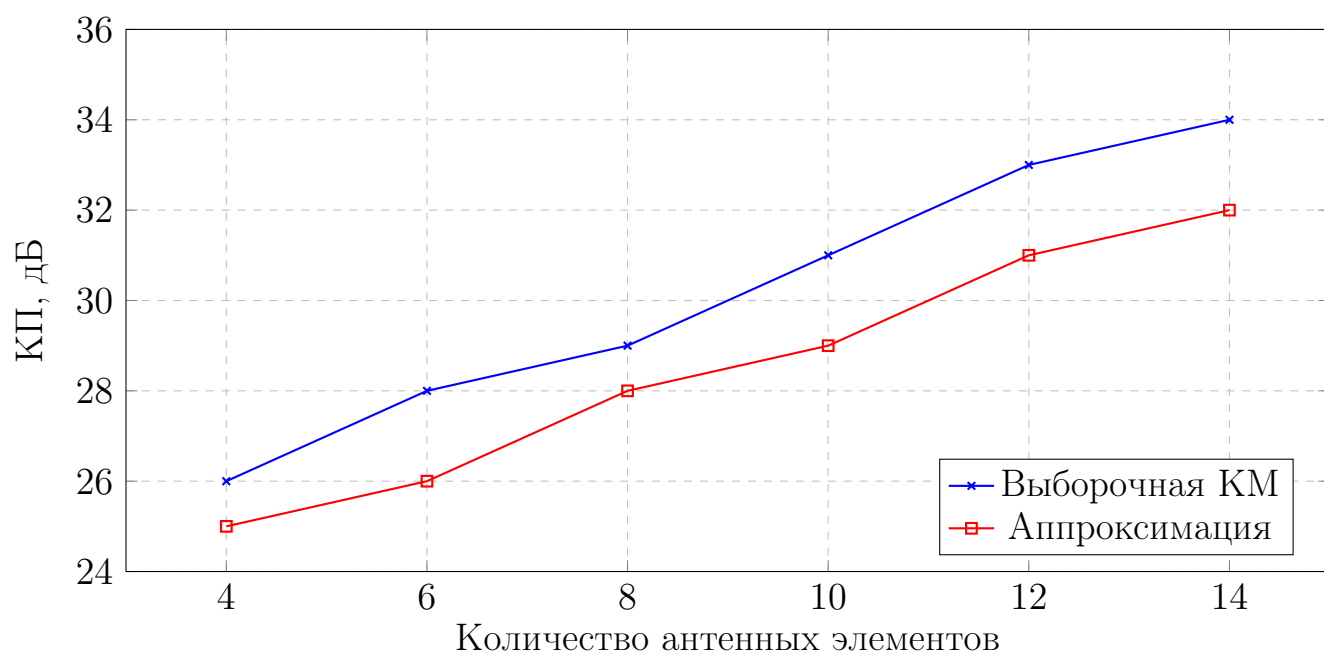


Рисунок 2.3 — Значения КП, полученные в различных экспериментах с линейной АР.

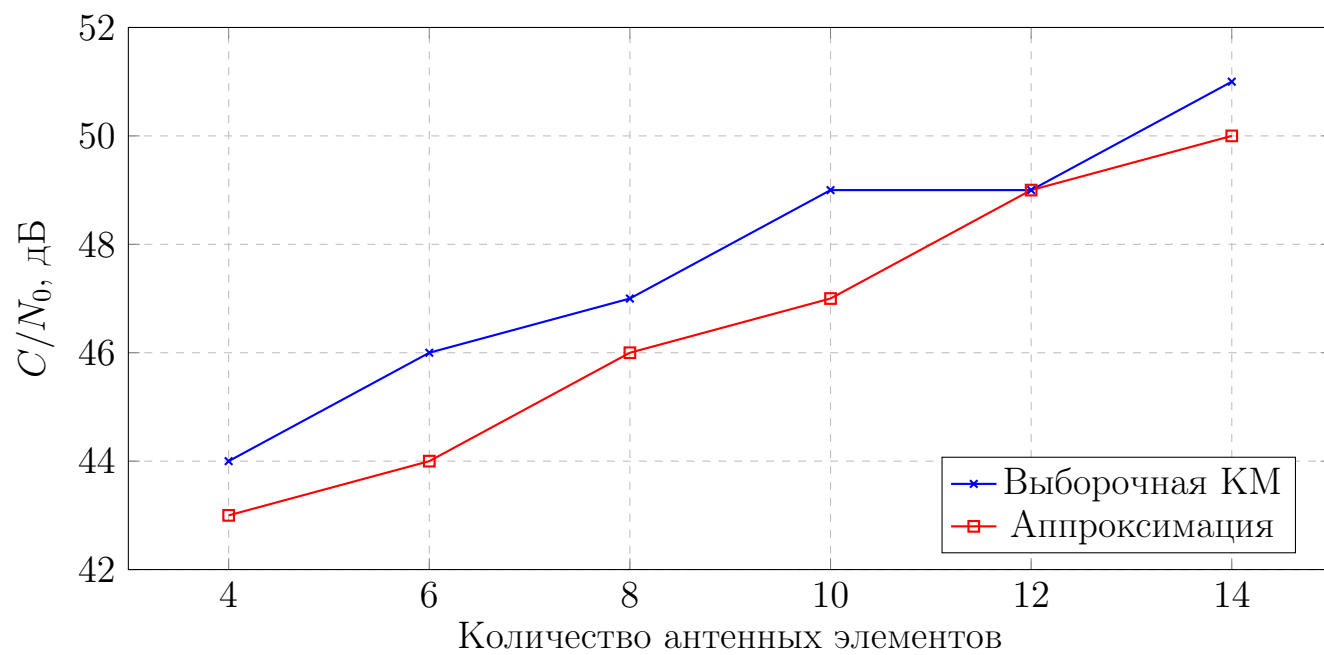


Рисунок 2.4 — Значения C/N_0 , полученные в различных экспериментах с линейной АР.

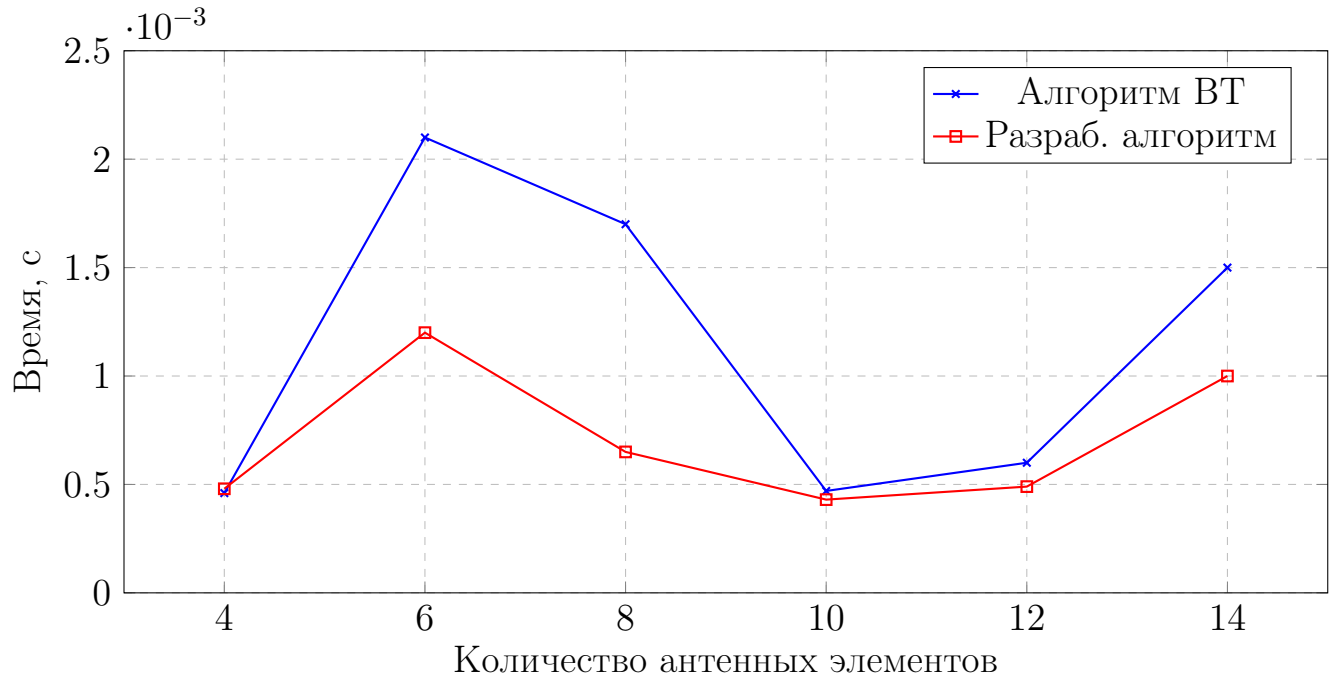


Рисунок 2.5 — Время работы алгоритмов обращения, полученное в различных экспериментах с линейной АР.

Количество АЭ	Амплитуда после обработки, дБ	КП, дБ		C/N_0 , дБ		Время работы алгоритмов обращения, с		
		Выборочная КМ	Аппроксимация	Выборочная КМ	Аппроксимация	Алгоритм с БПФ	Алгоритм ВТ	Разработанный алгоритм
4	27	26	22	45	42	$7,1 \cdot 10^{-4}$	$6,9 \cdot 10^{-4}$	$6,4 \cdot 10^{-4}$
6	23	28	26	47	43	$1,1 \cdot 10^{-2}$	$1,5 \cdot 10^{-2}$	$8,1 \cdot 10^{-3}$
8	23	30	26	48	45	$1,4 \cdot 10^{-2}$	$1,8 \cdot 10^{-2}$	$7 \cdot 10^{-3}$
10	22	30	27	50	46	$5,6 \cdot 10^{-3}$	$1,3 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-3}$
12	20	31	29	51	49	10^{-2}	$1,5 \cdot 10^{-2}$	$1,3 \cdot 10^{-3}$
14	19	32	30	52	50	$1,7 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-2}$	$4,3 \cdot 10^{-3}$

Таблица 5 — Результаты экспериментов с кольцевой АР.

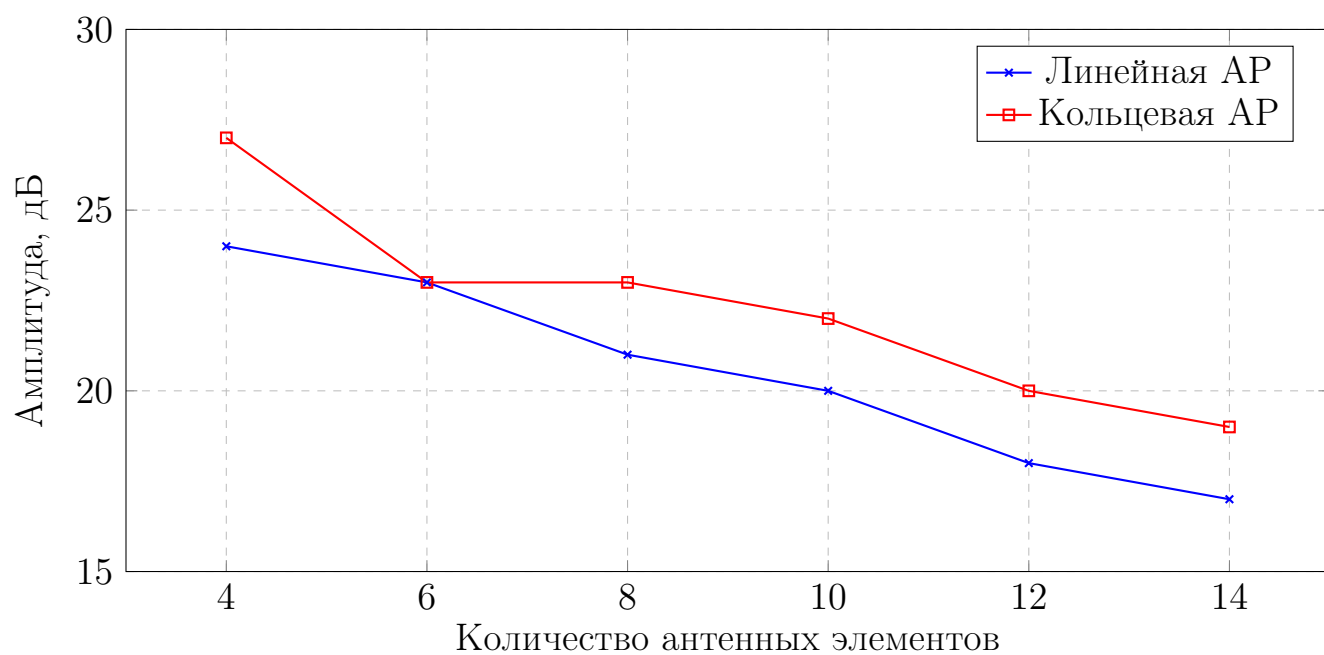


Рисунок 2.6 — Значения амплитуды сигнала после обработки, полученные в различных экспериментах с разными видами АР.

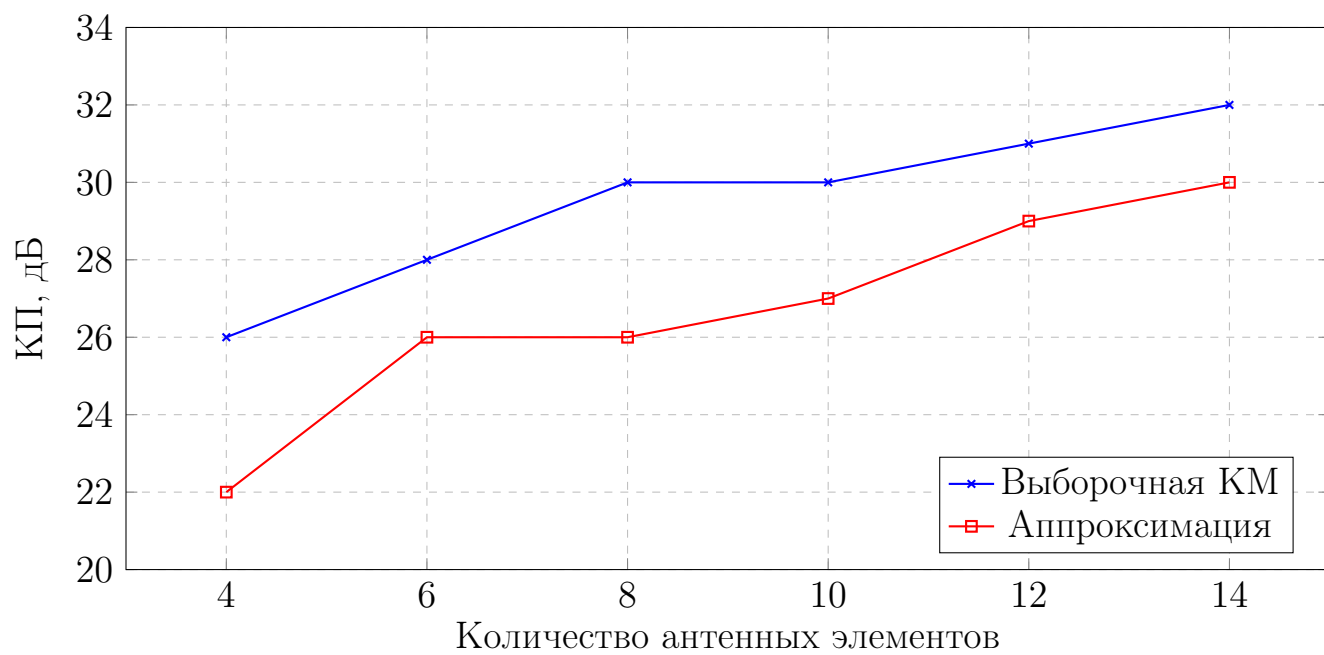


Рисунок 2.7 — Значения КП, полученные в различных экспериментах с кольцевой АР.

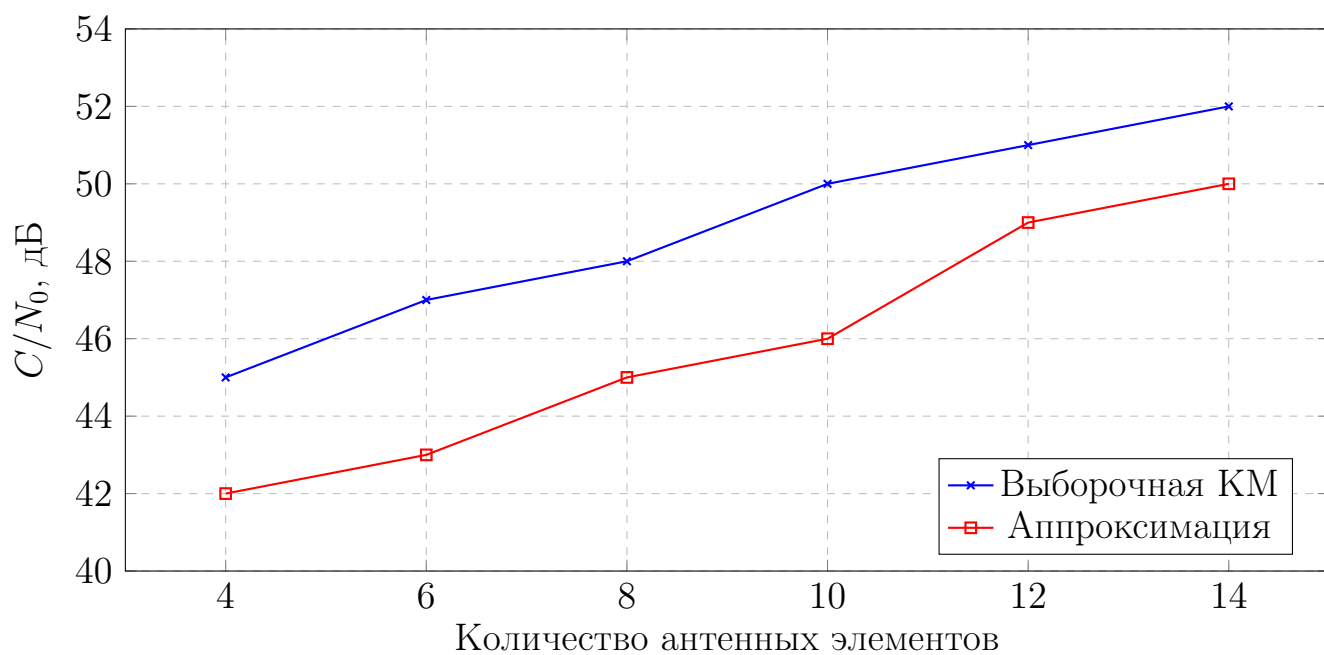


Рисунок 2.8 — Значения C/N_0 , полученные в различных экспериментах с кольцевой АР.

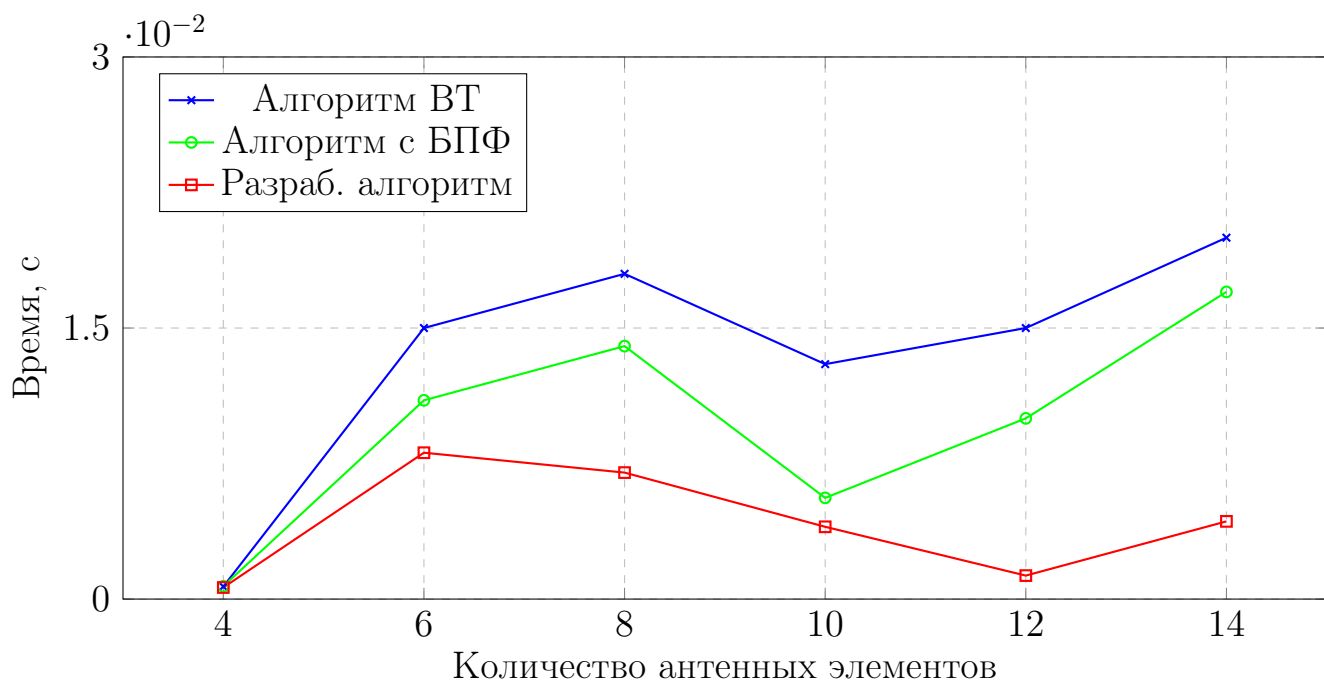


Рисунок 2.9 — Время работы алгоритмов обращения, полученное в различных экспериментах с кольцевой АР.

Количество АЭ	Разработанный алгоритм	Алгоритм с БПФ	Алгоритм ВТ
4	83	109	133
6	257	322	385
8	583	677	845
10	1109	1301	1577
12	1883	2101	2645
14	2953	3333	4113

Таблица 6 — Количество операций, выполняемых алгоритмами обращения в различных экспериментах.

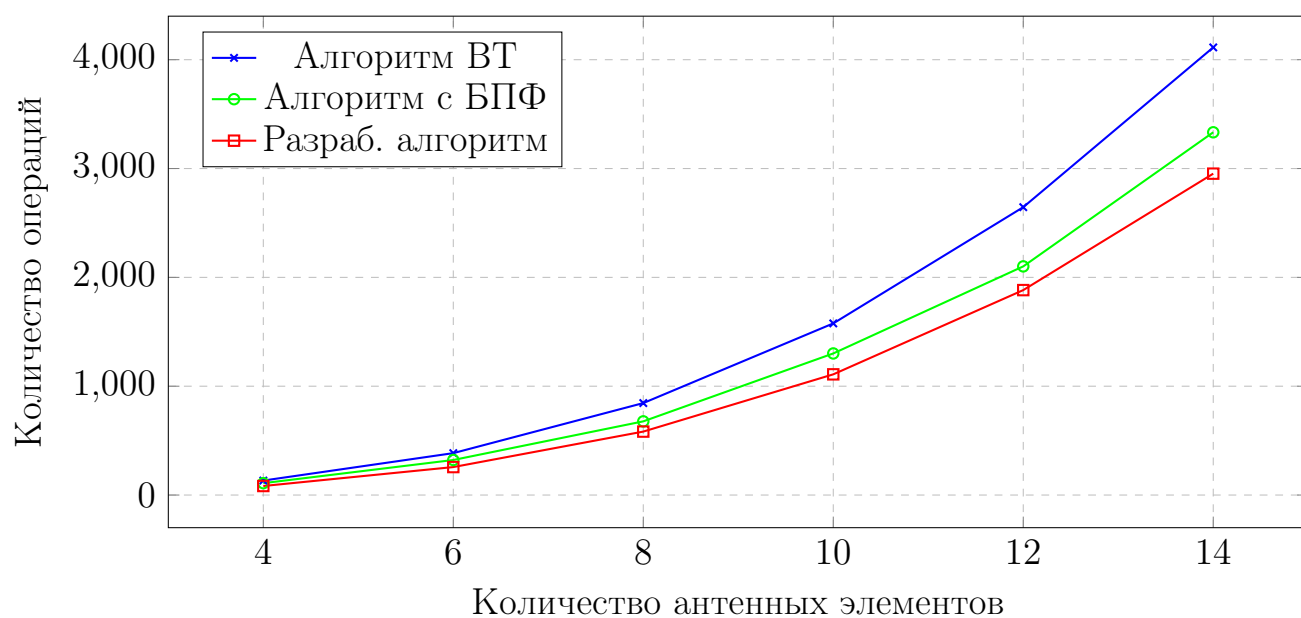


Рисунок 2.10 — Количество операций, выполняемых алгоритмами обращения в различных экспериментах.

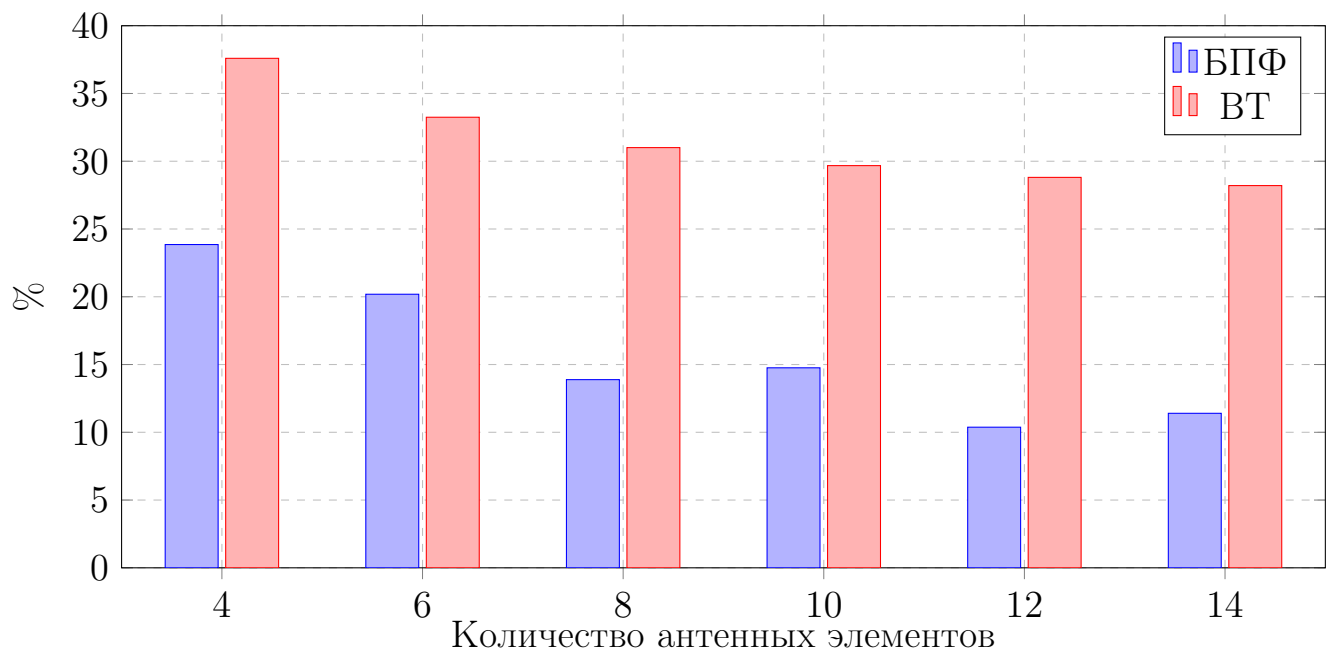


Рисунок 2.11 — Выраженный в процентах выигрыш по количеству операций при использовании предложенного алгоритма по сравнению с другими рассмотренными (БПФ и ВТ) в различных экспериментах.

Из таблиц 4–5 следует, что использование для адаптивной пространственной фильтрации алгоритма (1.19) формирования луча с обращением выборочных приближений КМ (в частности, с применением предложенных формулы выборочного приближения циркулянтных КМ и алгоритма обращения) во всех экспериментах решает поставленную задачу сигнальной обработки: в её результате при использовании АР всех рассмотренных размеров и геометрий полезный сигнал выделяется из смеси с помехой и шумом и имеет достаточно хорошее качество для дальнейшего решения навигационной задачи, что можно видеть из больших значений КП (рис. 2.3 и 2.7) и C/N_0 (рис. 2.4 и 2.8), а также достаточно малых значений амплитуды выходного сигнала (рис. 2.6). Также из рисунков 2.3, 2.4, 2.7 и 2.8 видно, что для любых рассмотренных АР при использовании предложенной выборочной аппроксимации КМ особого вида значения КП и C/N_0 после фильтрации в целом незначительно уступают случаю применения классической формулы (2.1) выборочного приближения КМ. Это позволяет сделать вывод о том, что при использовании приближенных КМ, в частности, циркулянтных КМ, построенных по предложенной формуле (2.12), параметры

фильтра остаются прежними, либо лишь незначительно ухудшаются независимо от количества АЭ или их взаимного расположения в соответствующей АР.

На рисунках 2.3, 2.4, 2.7 и 2.8 чётко наблюдается постепенный рост значений соответствующих характеристик с увеличением числа АЭ. Это свидетельствует о постепенном повышении потенциальной ПУ у АР при увеличении количества составляющих их АЭ. В то же время значения амплитуды выходного сигнала компенсатора помех, приведённые на рисунке 2.6, с увеличением количества АЭ явно убывают. Это согласуется с ростом КП на рисунках 2.3 и 2.7 при одновременном сохранении примерно одинаковой амплитуды входных сигналов пространственных фильтров во всех экспериментах.

Согласно данным, представленным в таблицах 4–6 и рис. 2.5, 2.9 и 2.10, с точки зрения быстродействия (по времени работы и количеству операций) наилучшие результаты в проведенных экспериментах показала разработанная модификация алгоритма Барайсса. Алгоритм ВТ и алгоритм с БПФ показывают в среднем почти одинаковое время работы, что видно из рис. 2.9, но по количеству операций первый уступает второму, как можно видеть из рис. 2.10. На рисунке 2.11 представлены выраженные в процентах величины вычислительного выигрыша предложенного алгоритма обращения по сравнению с другими рассмотренными методами по количеству выполняемых операций в каждом из экспериментов. Из представленных на этом рисунке данных видно, что подавляющее большинство приведённых величин выигрыша попадает в промежуток между первым и третьим квартилями всего множества представленных значений, то есть изменяется в пределах от 15 до 30 процентов. Таким образом, можно говорить об обеспечении разработанным алгоритмом вычислительного выигрыша в 15–30% относительно числа выполняемых операций.

2.4 Выводы по главе 2

1. Построена новая формула (2.12) для выборочного приближения корреляционной матрицы многоканального входного сигнала радиотехнической системы с кольцевой антенной решёткой как эрмитовой циркулянтной матрицы, основанная на известных результатах по качественной выборочной аппроксимации корреляционных матриц особых видов, учитывающая геометрию антенной решётки и взаимное расположение антенных элементов.
2. Предложен алгоритм (таблица 3) обращения эрмитовых тёплицевых матриц, основанный на модификации алгоритма Барайсса для обращения вещественных матриц и предназначенный для применения при решении задач адаптации антенных решёток и построения весовых коэффициентов их фильтров. Подсчитана вычислительная сложность предложенного алгоритма и проведено её сравнение с количеством операций, необходимых для выполнения других известных алгоритмов обращения, применяемых в задачах адаптации антенных решёток особых видов. Вычислительные сложности всех рассмотренных алгоритмов представляют собой кубические функции от порядка обрабатываемой матрицы, однако в случае предложенного метода обращения постоянные множители, входящие в выражения для количества выполняемых операций, оказываются меньше, чем у других алгоритмов. Новый алгоритм обращения вместе с предложенной формулой выборочного приближения циркулянтных корреляционных матриц имеют теоретическую значимость и представляют собой элементы научной новизны данного исследования.
3. Проведено компьютерное моделирование пространственной обработки реальных спутниковых навигационных сигналов с использованием предложенных формул построения выборочного приближения эрми-

товой циркулянтной матрицы и алгоритма её обращения. Также при моделировании был проведён сравнительный анализ предложенных алгоритмов с другими известными методами. Результаты моделирования свидетельствуют как о корректности и допустимости применения построенного метода выборочной аппроксимации корреляционных матриц кольцевых антенных решёток в задачах их адаптации, так и о выигрыше по быстродействию обработки сигналов, который достигается за счёт использования предложенного алгоритма обращения матриц и составляет примерно 15–30%. Это говорит о наличии у предложенного алгоритма обращения эрмитовых тёплицевых матриц с пониженной вычислительной сложностью практической значимости. Таким образом, в результате исследования, приведённого в данной главе, была решена первая задача работы.

Глава 3. МЕТОДЫ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОБРАБОТКИ СПУТНИКОВЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ В ЧАСТОТНОЙ ОБЛАСТИ

В данной главе описывается несколько различных способов пространственной обработки в частотной области применительно к сигналам ГНСС. Глава начинается с описания самой общей схемы обработки в частотной области, никаким образом не задействующей информацию об окружающей радиотехническую систему помеховой обстановке. Далее вводятся методы обработки, основанные на знании количества присутствующих вблизи принимающего устройства источников помехи и направлений на них. В следующем подразделе описываются методы, позволяющие определить данные характеристики окружающей систему помеховой среды, а также некоторые дополнительные алгоритмы, обеспечивающие корректную работу указанных методов. Завершается глава описанием экспериментов по компьютерному моделированию обработки в частотной области с использованием упомянутых алгоритмов. Научные результаты, описанные в данной главе, опубликованы в работах [43; 69—73].

3.1 Обработка спутниковых навигационных сигналов в частотной области

Как уже указывалось в подразделе 1.2.4, основной идеей методов обработки, описываемых в данной главе, является осуществление пространственной фильтрации входного сигнала в частотной области, то есть после применения ДПФ к отсчётам сигнала. После обработки сигнал возвращается во временную область посредством применения к его отсчётам обратного ДПФ.

С учётом сложности реализации ДПФ большой длины в реальных программируемых логических интегральных схемах (далее — ПЛИС), а также необ-

Вход: x — входной сигнал, комплексная матрица размера $N \times K$.

Выход: y — выходной сигнал, комплексный вектор из K элементов.

```

1: for  $m = 1, \dots, N_M$  do
2:    $\mathfrak{M} = \{1 + (m - 1) * M, \dots, m * M\}$  ▷ Отсчёты секции
3:    $X \leftarrow FFT(x(:, \mathfrak{M}))$  ▷ Переход в частотную область
4:   for  $l = 1, \dots, N_L$  do
5:      $\mathfrak{L} = \{1 + (l - 1) * L, \dots, l * L\}$  ▷ Отсчёты сегмента
6:      $Y = \mathcal{F}(X(:, \mathfrak{L}))$  ▷ Пространственная обработка
7:   end for
8:    $y = IFFT(Y)$  ▷ Переход во временную область
9: end for

```

Таблица 7 — Схема выполнения посекционной обработки в частотной области.

ходимости обеспечения возможности адаптации фильтра к изменяющейся помеховой обстановке, наиболее подходящей для осуществления обработки в частотной области представляется схема, в соответствии с которой входной сигнал подвергается преобразованию Фурье последовательными секциями по M отсчётов, где число M является степенью двойки [50]. Иными словами, на первом этапе обработки временные отсчёты входного сигнала x преобразуются в частотные отсчёты X по формуле (1.21). После этого данная секция входного сигнала в частотной области подвергается пространственной обработке последовательными сегментами по L отсчётов, где число L также удобно принять равным степени двойки, являющейся делителем числа M . В каждом сегменте частотные отсчёты Y выходного сигнала вычисляются посредством умножения частотных отсчётов X входного сигнала на вектор весовых коэффициентов w пространственного фильтра: $Y = w^H X$. Затем по частотным отсчётам Y выходного сигнала посредством обратного ДПФ вычисляются соответствующие временные отсчёты y и далее вся процедура обработки повторяется для каждого сегмента каждой секции отсчётов входного сигнала. Схема реализации данного метода обработки в частотной области представлена в таблице 7.

Далее будут рассмотрены отдельные методы построения ВВК фильтров для обработки в частотной области, некоторые из которых основаны на описанных в подразделе 1.2.4 алгоритмах ПОС.

3.1.1 Алгоритм пространственной обработки в частотной области без определения количества и положения источников помехи

Ключевым моментом реализации обработки в частотной области является выбор подходящего метода ПОС, применяемого к входному сигналу фильтра после ДПФ. В основу самой простой схемы такой обработки можно положить известный, легкорезализуемый и эффективный пространственный фильтр, введённый в подразделе 1.2.4, задающийся формулой (1.19) и известный как MPDR-бимформер или бимформер Кейпона. Эффективность данного метода ПОС была показана в описании результатов экспериментов, приведённом в разделе 2.3. Умножение частотных отсчётов входного сигнала на ВВК данного фильтра в общей схеме 7 происходит в строке 6 под знаком оператора $\mathcal{F}$. В выражение (1.19), определяющее ВВК данного фильтра, помимо прочего, входит направление на источник полезного сигнала, которое задаётся азимутом θ и углом места φ и в общем случае является неизвестным. В разделе 2.3 также было введено выражение (2.27), позволяющее определить неизвестные угловые направления на потенциальный источник полезного сигнала путём обработки ограниченной сигнальной выборки и последующего выбора направлений, максимизирующих получающийся в результате такой обработки КП помех. Данная процедура позволяет проводить ПОС в частотной области в условиях отсутствия информации о количестве присутствующих вблизи радиотехнической системы источников помехи и их расположении в пространстве, а также при отсутствии необходимости или возможности получения такой информации.

Таким образом, описанная в данном подразделе схема пространственной обработки в частотной области позволяет реализовать простую и в то же время эффективную фильтрацию сигналов при условии отсутствия какой-либо априорной информации об окружающей принимающую систему помеховой обстановке. Далее будут представлены два метода обработки, действующие такую информацию.

3.1.2 Алгоритм пространственной обработки в частотной области с определением количества и положения источников помехи

Пространственный фильтр для обработки в частотной области можно синтезировать, предварительно определив количество воздействующих на антенную решётку источников помехи и направления на них. Соответствующие алгоритмы будут описаны в следующем подразделе. Пусть уже получены количество источников помех N_I и соответствующие направлениям на них углы — азимуты $\theta_1, \dots, \theta_{N_I}$ и углы места $\varphi_1, \dots, \varphi_{N_I}$. По ним с помощью (1.18) можно построить N_I управляющих векторов

$$a_j = a(\theta_j, \varphi_j), \quad j = 1, \dots, N_I,$$

с использованием которых затем определить матрицу

$$S(\theta, \varphi) = (a(\theta, \varphi), a_1, \dots, a_{N_I}),$$

где $a(\theta, \varphi)$ — управляющий вектор с переменными значениями углов θ и φ , также определяемый выражением (1.18). Тогда с использованием вектора-столбца $C = (1, 0, \dots, 0)^T$, в котором количество нулей равно N_I можно определить весовые коэффициенты фильтра как

$$w_{LCMP} = R^{-1} S (S^H R^{-1} S)^{-1} C, \quad (3.1)$$

что соответствует формирователю луча с линейными ограничениями и наименьшей мощностью (англ. linear constrained minimum power (сокр. LCMР) beamformer). Линейные связи, используемые данным фильтром, задаются вектором C . Его первый элемент, равный единице, соответствует потенциальному направлению на источник полезного сигнала и требованию отсутствия искажения при обработке этого сигнала фильтром. Остальные элементы, равные нулю, соответствуют обнаруженным направлениям на источники помех и требованию равенства ДН АР в данных направлениях нулю.

В предположении, что шум во входном сигнале является белым, можно определить коэффициенты фильтра с помощью следующей формулы, похожей на (3.1):

$$w_{LCMV} = S (S^H S)^{-1} C. \quad (3.2)$$

Данное выражение задаёт весовые коэффициенты одного из вариантов формирователя луча с линейными ограничениями и наименьшей дисперсией (англ. linear constrained minimum variance (сокр. LCMV) beamformer). Различие в наименовании двух данных методов фильтрации обусловлено тем, что при определении формирователя луча с наименьшей мощностью (LCMP) происходит минимизация мощности шума на выходе фильтра, а при определении бимформера с наименьшей дисперсией (LCMV) — минимизация общей мощности выходного сигнала [32].

Для обоих формирователей лучей с линейными ограничениями, определяемых выражениями (3.1) и (3.2), оптимальные значения углов θ и φ , соответствующие потенциальному направлению на источник полезного сигнала, определяются, как и в предыдущем подразделе, посредством максимизации КП в соответствии с формулой (2.27).

По аналогии со схемой обработки из подраздела 3.1.1, применение весовых коэффициентов (3.1) и (3.2) к частотным отсчётам входного сигнала происходит в строке 6 общей схемы 7 под знаком оператора $\mathcal{F}$. Вычисление количества N_I источников помех и направлений на них должно происходить в данной схе-

ме перед первым циклом, содержащимся в строке 1, и далее эти параметры должны передаваться внутрь второго цикла, начинающегося со строки 4.

Таким образом, описанные выше алгоритмы представляют собой расширение метода обработки в частотной области из предыдущего подраздела на случай использования внешней информации об источниках помех. При этом все три алгоритма имеют примерно одинаковые лёгкость реализации и ожидаемое качество работы. В следующем подразделе будут введены дополнительные алгоритмы, предоставляющие описанным выше методам обработки необходимую внешнюю информацию и обеспечивающие их корректную работу.

3.2 Дополнительные алгоритмы, используемые при обработке в частотной области

3.2.1 Алгоритмы определения количества источников помех

В основе всех алгоритмов определения количества источников помех лежит предположение о том, что множество всех электромагнитных волн, рассматриваемых в рамках решаемой задачи и присутствующих в соответствующей сигнально-помеховой обстановке, представляет собой конечномерное линейное пространство V , которое можно представить в виде прямой суммы сигнального, шумового и помехового подпространств:

$$V = V_S \oplus V_N \oplus V_I.$$

Иными словами, любой сигнал из данной сигнально-помеховой обстановки разлагается в сумму полезного сигнала, шума и помех, что согласуется с постановкой задачи адаптивной фильтрации, выраженной формулой (1.10). Размерность пространства V всех сигналов принимается равной количеству АЭ АР. В такой

трактовке задача вычисления количества источников помех сводится к задаче определения размерности помехового подпространства V_I .

Как указано в разделе 3.1, фильтрация сигнала в частотной области выполняется посредством умножения вектора его отсчётов на ВВК, определяемый одной из формул (1.19), (3.1) или (3.2), то есть является линейной операцией в пространстве V всех сигналов. Более того, как видно из материала подразделов 3.1.1 и 3.1.2, при построении ВВК рассматриваемых фильтров используется КМ входного сигнала, которая обладает свойством эрмитовости. Отсюда по спектральной теореме [74] следует, что базисы в сигнальном, шумовом и помеховом подпространствах пространства V всех сигналов состоят из непересекающихся наборов собственных векторов КМ входного сигнала, каждому из которых соответствует некоторый набор собственных чисел той же матрицы. Этот факт можно также записать в виде следующего разложения КМ:

$$R = \sum_{i=1}^{|V_S|} \sigma_i^S v_i^S (v_i^S)^H + \sum_{i=1}^{|V_N|} \sigma_i^N v_i^N (v_i^N)^H + \sum_{i=1}^{|V_I|} \sigma_i^I v_i^I (v_i^I)^H.$$

Здесь верхние индексы собственных векторов v_i^S , v_i^N и v_i^I и собственных чисел σ_i^S , σ_i^N и σ_i^I матрицы R указывают на принадлежность соответственно указанным подпространствам V_S , V_N и V_I . В связи с данным выводом задачу определения размерности помехового подпространства можно переформулировать в виде задачи подсчёта количества соответствующих этому подпространству собственных чисел.

В реальных практических задачах мощность помех обычно оказывается гораздо больше мощности полезных сигналов и шумов, вследствие чего соответствующие помехам собственные числа КМ входного сигнала также оказываются гораздо большими величинами по сравнению с собственными числами, относящимися к полезным сигналам и шумам. В посвящённой этому вопросу литературе [32; 75; 76] данный факт часто формулируется в виде следующей цепочки приближительных равенств и неравенств:

$$\sigma_1 \geq \dots \geq \sigma_{N_I} > \sigma_{N_I+1} \approx \sigma_{N_I+2} \dots \approx \sigma_N. \quad (3.3)$$

Здесь $\sigma_1, \dots, \sigma_N$ — упорядоченные в порядке убывания собственные числа КМ входного сигнала, N_I — размерность помехового подпространства, которая, как видно, равна числу относительно больших собственных значений и которую требуется определить. Соотношения (3.3) записаны в предположении, что КМ входного сигнала является эрмитовой и, как следствие, все её собственные числа являются вещественными. Данные соотношения соответствуют идеальной ситуации, в которой между собственными числами, соответствующими помеховому и объединённому сигнально-шумовому подпространствам, наблюдается заметный скачок значений, причём числа из второго набора оказываются примерно равны между собой по сравнению с гораздо большими и сильнее варьирующимися значениями из первого набора. На практике, однако, убывание собственных чисел часто имеет более плавный характер и разница между значениями с индексами N_I и $N_I + 1$ может быть относительно небольшой, что усложняет вычисление размерности помехового подпространства. Более того, в случае примерного равенства числа источников помех и количества АЭ АР часто наблюдается ситуация, в которой все собственные числа КМ входного сигнала также примерно равны. В любом случае, как видно из представленных рассуждений, при определении числа источников помех речь идёт о решении задачи разделения упорядоченного набора собственных чисел КМ входного сигнала на два заметно различающихся по значениям подмножества и о последующем подсчёте количества элементов того из них, которое содержит большие значения [77].

Одним из наиболее распространённых и проработанных подходов к решению данной задачи является использование методов статистического последовательного анализа. В соответствии с ними строится последовательность гипотез о равенстве между собой определённого числа наименьших собственных значений и затем вычисляются значения отношения правдоподобия между парами из двух соседних гипотез. Известно, что достаточной статистикой в данном случае

является функция

$$F(d) = K(N - d) \ln \left\{ \frac{\frac{1}{N - d} \sum_{j=d+1}^N \sigma_j}{\left(\prod_{j=d+1}^N \sigma_j \right)^{\frac{1}{N-d}}} \right\}, \quad (3.4)$$

где $d = 0, \dots, N - 1$. Минимизация суммы выражения (3.4) и некоторой целевой функции лежит в основе двух наиболее известных алгоритмов определения количества источников помех — информационного критерия Акаике (англ. Akaike information criterion, сокр. AIC) и метода наименьшей описательной длины (англ. minimum description length, сокр. MDL). В соответствии с алгоритмом AIC, в качестве оценки количества источников помехи используется значение

$$N_{AIC} = \arg \min_d \{F(d) + d(2N - d)\},$$

а по методу MDL — число

$$N_{MDL} = \arg \min_d \left\{ F(d) + \frac{1}{2} (d(2N - d) + 1) \ln K \right\}.$$

Известно, что при больших значениях K оценка метода MDL является состоятельной, в отличие от оценки алгоритма AIC, которая обычно также оказывается больше истинного числа источников помех [32].

С учётом указанного выше наблюдения о том, что задача определения числа источников помех фактически сводится к задаче выделения в упорядоченном наборе собственных чисел КМ входного сигнала подмножества с наибольшими значениями, представляется перспективным применение при решении данной задачи определённых методов кластеризации, то есть разделения заданного множества элементов на группы по принципу сравнения между собой числовых признаков, соответствующих элементам множества. В данном случае единственным числовым признаком элементов множества, подлежащего кластеризации, будет непосредственно величина собственных чисел $\sigma_1, \dots, \sigma_N$. Существует большое число разнообразных алгоритмов кластеризации, различающихся

между собой видами исследуемых множеств, характеристиками их элементов и используемыми метриками их близости [78]. В рамках применения методов кластерного анализа к решению задачи разделения множества собственных чисел КМ входного сигнала на подмножества следует учитывать возможные пределы значений этих величин и варианты их взаимного расположения. В частности, с учётом того, что речь идёт о разделении исследуемого множества чисел ровно на два значительно отличающихся по значениям кластера, можно при решении данной задачи кластеризации использовать статистические методы обнаружения в числовых выборках выбросов, то есть значений, сильно отличающихся от остальных элементов выборки.

Один из использовавшихся в рамках данного исследования методов определения количества источников помех основан на использовании медианного абсолютного отклонения (англ. median absolute deviation, сокр. MAD) в качестве метрики, определяющей включение или невключение элемента выборки в число выбросов. Для числового множества $Z = \{z_1, \dots, z_n\}$ медианное абсолютное отклонение $MAD(Z)$ можно определить как

$$MAD(Z) = \text{med}(|Z - \text{med}(Z)|), \quad (3.5)$$

где $\text{med}(\cdot)$ обозначает оператор вычисления медианы выборки. Для работы с выборкой, распределённой в соответствии с нормальным стандартным законом, обычно используется следующая модификация выражения (3.5), которая называется масштабированным медианным абсолютным отклонением (англ. scaled MAD):

$$MAD'(Z) = 1,4826 \cdot \text{med}(|Z - \text{med}(Z)|).$$

Постоянный множитель 1,4826 в данном выражении играет роль нормировки, равной $1/\Phi^{-1}(0,75)$, где $\Phi^{-1}(u)$ — функция, обратная к функции распределения нормального стандартного закона, равной

$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u \exp\left\{-\frac{v^2}{2}\right\} dv,$$

а значение аргумента 0,75 соответствует третьему квартилю выборки. Известно, что, в отличие от выборочной дисперсии, медианное абсолютное отклонение является робастной оценкой дисперсии конечной выборки [79]. Также известно, что элемент числового множества можно считать выбросом, если он отстоит от среднего значения по данному множеству более чем на три стандартных отклонения — этот факт также известен как «правило трёх сигма» [80]. С учётом данных замечаний можно считать, что элемент z_j выборки Z является выбросом, если модуль разности между ним и медианой выборки превосходит число $3 \cdot MAD'(Z)$. Данный принцип выделения выбросов в числовом множестве реализован во встроенной в среду MATLAB функции «isoutlier», которая использовалась при компьютерном моделировании в рамках данного исследования [81].

Как указывалось ранее, соотношение (3.3), постулирующее наличие между двумя подмножествами набора собственных чисел заметного скачка значений, на практике имеет место далеко не всегда. При этом наименьшие из собственных значений, соответствующие подпространству полезных сигналов и шумов, обычно группируются около нуля. В этой связи представляется целесообразным применение к набору исследуемых собственных чисел функции логарифма. В результате выполнения этой операции наименьшие собственные числа, находящиеся близко к нулю, становятся отрицательными, переход между двумя подмножествами набора становится более явно выраженным, а вариация значений наибольших чисел уменьшается. Таким образом, в результате данного преобразования размерность помехового подпространства становится равной количеству положительных значений в получившемся наборе. В частности, в рамках данного исследования в качестве ещё одного метода определения числа источников помехи использовался подсчёт количества положительных значений в наборе чисел, полученных из спектра КМ входного сигнала применением к нему функции десятичного логарифма, то есть во множестве

$$\{\lg \sigma_j, j = 1, \dots, N\}$$

Этот во многом эмпирический метод определения количества помех как числа выбросов в выборке из собственных чисел корреляционной матрицы при численном моделировании в большинстве случаев правильно находит число источников помех, причём наибольшее количество правильных ответов наблюдается при малом реальном количестве помех.

Третьим использовавшимся в рамках данного исследования методом разбиения множества собственных чисел на подмножества был известный алгоритм кластеризации по принципу k -средних. Входными данными для данного алгоритма служат числовое множество, подлежащее кластеризации, и требуемое количество кластеров [78]. Это позволяет разделить множество собственных чисел КМ входного сигнала ровно на два подмножества, что приводит к простому решению поставленной задачи.

При компьютерном моделировании за количество источников помех принималась мода набора результатов работы всех упомянутых в данном подразделе алгоритмов.

3.2.2 Алгоритмы определения направлений на источники помех

Все использовавшиеся в рамках данного исследования алгоритмы определения положения источников помехи сводятся к задаче поиска экстремумов некоторой функции Q , зависящей от двух переменных — азимута θ и угла места φ . В предположении, что с помощью одного из алгоритмов, описанных в предыдущем подразделе, уже определено число N_I источников помех, среди локальных экстремумов некоторой целевой функции выбираются N_I наиболее значительных и соответствующие им точки экстремума принимаются за направления на источник помехи.

В некоторых из таких алгоритмов в качестве целевой функции используется определённая квадратичная форма $Q(\theta, \varphi)$, вследствие чего такие алгорит-

мы называются квадратичными. В основе одного из них — алгоритма лучевого сканирования (англ. Beamscan) — лежит вычисление мощности входного сигнала, умноженного на управляющий вектор $a(\theta, \varphi)$, определяемый выражением (1.18) и включающий в себя переменные значения углов θ и φ . Выражение для мощности такого сигнала можно привести к виду

$$Q_{Beamscan}(\theta, \varphi) = a^H(\theta, \varphi) \tilde{R} a(\theta, \varphi), \quad (3.6)$$

где $\tilde{R}$ — выборочная КМ входного сигнала, определяемая, например, формулой (2.1). Выражение (3.6) задаёт также целевую функцию алгоритма Beamscan, N_I локальных максимумов которой принимаются за направления на источники помех.

Похожим образом устроен другой квадратичный алгоритм, носящий имя исследователя Дж. Кейпона. Разница заключается в том, что в соответствии с алгоритмом Кейпона необходимо вычислять мощность входного сигнала, умноженного на ВВК вида (1.19), в который также входит управляющий вектор $a(\theta, \varphi)$ с переменными θ и φ . Как указывалось выше, фильтр, задающийся ВВК вида (1.19), тоже носит имя Дж. Кейпона. Результирующая квадратичная форма Q , представляющая собой целевую функцию данного алгоритма, имеет вид

$$Q_{Capon}(\theta, \varphi) = \frac{1}{a^H(\theta, \varphi) \tilde{R}^{-1} a(\theta, \varphi)}. \quad (3.7)$$

По аналогии с алгоритмом Beamscan, для определения направлений на источники помех необходимо найти N_I локальных максимумов данной функции.

Ещё один класс алгоритмов определения направлений на источники помех составляют так называемые подпространственные алгоритмы. Идея, стоящая за этой группой алгоритмов, во многом совпадает с изложенной в подразделе 3.2.1 концепцией разделения линейного пространства V всех сигналов на собственные подпространства в зависимости от величины соответствующих собственных значений КМ входного сигнала. Однако здесь подпространство пространства V всех сигналов, соответствующее наибольшим собственным числам, рассматривается как подпространство всех сигналов, не являющихся чисто

шумовыми (далее — сигнальное подпространство V_S), а дополнение к этому подпространству трактуется как шумовое подпространство V_N , не имеющее в себе никакой сигнальной составляющей. Из построения разложения пространства V всех сигналов на сигнальное и шумовое подпространства в соответствии со спектральной теоремой следует, что эти подпространства ортогональны друг другу, то есть ортогональны любые два вектора, взятые из разных подпространств. В частности, любой вектор из сигнального подпространства V_S будет ортогонален матрице Q_n , составленной из собственных векторов, соответствующих $N - N_I$ наименьшим собственным числам КМ входного сигнала, то есть содержащей базис шумового подпространства V_N . В этой связи общая идея подпространственных алгоритмов заключается в поиске N_I точек, в которых управляющий вектор $a(\theta, \varphi)$ будет ортогонален матрице Q_n и принятии этих точек в качестве направлений на источники помех. При практических вычислениях данная задача сводится к отысканию N_I локальных минимумов некоторой целевой функции, строящейся по вектору a и матрице Q_n .

К подпространственным алгоритмам относится один из самых известных алгоритмов пространственного разделения помех — MUSIC (сокр. от англ. «multiple signal classification» — «классификация нескольких сигналов»), который является примером алгоритма «с высоким разрешением» [75]. Целевая функция Q данного алгоритма имеет вид

$$Q_{MUSIC}(\theta, \varphi) = a^H(\theta, \varphi) Q_n Q_n^H a(\theta, \varphi), \quad (3.8)$$

то есть представляет собой норму проекции вектора a на базис шумового подпространства, которая получается посредством умножения этого вектора на матрицу Q_n . Поэтому, в соответствии с представленными выше соображениями, за направления на источники помех следует принять N_I локальных минимумов данной целевой функции.

Все упомянутые в данном подразделе алгоритмы можно использовать применительно к АР с произвольным расположением АЭ [32]. Многие из алгоритмов, которые как правило определяют направления на источники сигналов с

повышенной точностью обычно разрабатываются с учётом конкретной геометрии АР и имеют также увеличенную вычислительную сложность [82; 83].

3.2.3 Алгоритмы нахождения экстремумов целевых функций для определения направлений на источники помех

Для решения задач оптимизации, возникающих при вычислении направлений на источники помех, необходимо использование определённых алгоритмов поиска экстремумов функции, заданной, как правило, в прямоугольнике

$$\{(\theta, \varphi) : 0 \leq \theta < 360, 0 \leq \varphi \leq 90\} \quad (3.9)$$

и принимающей вещественные значения. Известно, что задача поиска максимума функции эквивалентна задаче нахождения минимума той же функции, взятой с противоположным знаком [84], вследствие чего один и тот же алгоритм оптимизации можно использовать как для максимизации выражений (3.6) и (3.7), так и для минимизации функции (3.8). В рамках данного исследования при нахождении экстремумов соответствующих целевых функций было использовано три разных алгоритма оптимизации и проведён сравнительный анализ характеристик их работы.

Первый из использовавшихся алгоритмов, более простой и один из наиболее распространённых — метод градиентного спуска. Это итерационный алгоритм, на каждом шаге которого вычисляется градиент целевой функции Q в некоторой точке пространства поиска (3.9) и происходит движение из данной точки либо в направлении полученного градиента (при поиске максимума), либо в противоположном направлении (при поиске минимума) с определённым шагом h . Математически данную процедуру можно описать следующим образом:

$$Q(\theta_{i+1}, \varphi_{i+1}) = Q(\theta_i, \varphi_i) + h \cdot \Delta Q(\theta_i, \varphi_i), \quad i = 0, 1, 2, \dots$$

С учётом того, что градиент функции задаёт направление наибольшего её возрастания, такое движение должно завершиться в точке локального экстремума при условии подходящего выбора параметров алгоритма — начальной точки движения (θ_0, φ_0) и величины его шага h . Так как ширина пространства поиска (3.9) в четыре раза превосходит его длину, для успешного нахождения экстремумов целевой функции при количестве помех меньшем или равном трём представляется достаточным разбиение данного прямоугольника на четыре квадрата и выбор каждого из их центров, то есть точек

$$(45,45), (135,45), (225,45), (315,45)$$

в качестве начальных точек для четырёх последовательных запусков алгоритма. Величина шага h поиска может быть выбрана равной или кратно большей шага разбиения пространства поиска на равноотстоящие узлы. В качестве критерия достижения локального экстремума и остановки алгоритма можно использовать малость разницы между двумя последовательными значениями целевой функции, то есть выполнение условия

$$|Q(\theta_{i+1}, \varphi_{i+1}) - Q(\theta_i, \varphi_i)| < \varepsilon$$

для некоторого положительного числа ε . К достоинствам данного метода относятся вычислительная простота, к недостаткам — неустойчивый характер сходимости в зависимости от величины шага h [85].

Другие два алгоритма оптимизации, использованные в данном исследовании, относятся к одним из новейших методов поиска экстремумов функций, основанных на принципах теорий роевого интеллекта и популяционного моделирования, в основе которых лежит интерпретация явлений, имеющих место в живой природе (в частности, среди животных) и их применение для решения различных прикладных задач. Такие методы обычно также относятся к широкому классу метаэвристических алгоритмов. Первый из них — алгоритм оптимизации «роем частиц» (англ. particle swarm optimization). Перед началом работы данного алгоритма в пространстве поиска (3.9) случайным образом выбирается некоторое количество точек («частиц»), каждой из которых так же

случайно назначается вектор скорости. На каждом шаге алгоритма точки двигаются по пространству поиска в соответствии с уравнениями обновления скорости и положения, а также в зависимости от динамики значений некоторой метрики качества оптимизации, которая заставляет частицы двигаться в направлении лучших позиций относительно их самих и соседних с ними точек. Постепенно большинство частиц достигает оптимального положения, соответствующего некоторому локальному экстремуму оптимизируемой функции.

Похожим образом устроен недавно предложенный алгоритм оптимизации «роем сальп» (англ. *salp swarm*), также использованный в данном исследовании и основанный на моделировании согласованных движений глубоководных морских организмов. Идея данного метода отличается от алгоритма роя частиц движением используемых точек пространства поиска друг за другом, а также выполнением одной итерации в два этапа: исследование пространства поиска и поиск лучших позиций внутри перспективных областей [86].

Преимуществом обоих указанных алгоритмов является отсутствие необходимости знания явного выражения для градиента целевой функции, что значительно упрощает предварительную работу и внутренние вычисления, особенно в тех случаях, когда формулу для градиента оптимизируемой функции слишком сложно или вовсе невозможно выразить относительно одной из независимых переменных. С другой стороны, помимо целевой функции данные алгоритмы имеют большое число дополнительных входных параметров, которые могут сильно варьироваться в зависимости от особенностей конкретной задачи и нуждаются в надлежащем назначении, зачастую сводящемся к последовательному ручному подбору [87]. При этом оптимизация роем сальп как правило показывает результаты, сравнимые по качеству с методом роя частиц, либо лучшие [88; 89].

Для оптимизации роем частиц в данной работе использовалась встроенная в среду MATLAB функция «*particleswarm*» [90]. Для более корректной работы данной реализации по сравнению с использованием функции с настройками по умолчанию необходимо дополнительно вводить границы пространства поиска, после чего алгоритм довольно быстро сходится к оптимальному решению. В

свою очередь, для оптимизации роуминга была использована её реализация в MATLAB, выполненная одним из авторов данного метода [91]. Данное решение также полагается на предварительное определение пределов пространства поиска, а также максимального числа итераций алгоритма и количества участвующих в оптимизации «сальп».

3.3 Компьютерное моделирование в MATLAB алгоритмов обработки в частотной области

С целью анализа качества работы описанных выше алгоритмов было проведено компьютерное моделирование пространственной обработки спутниковых сигналов в частотной области в среде MATLAB. Цифровой обработке были подвергнуты записи реальных спутниковых навигационных сигналов с добавлением нескольких пространственно разнесённых некоррелированных широкополосных энергетических помех. Для приёма сигналов в радиотехнической системе использовалась квадратная четырёхэлементная АР ($N = 4$). Как и в случае экспериментов, описанных в разделе 2.3, при записи сигналов АР и источники помехи находились в БЭК, спутниковый сигнал принимался на крыше здания и подавался в камеру через систему кабелей. Там полезный сигнал и помехи излучались в направлении принимающей АР с помощью передающих антенн, размещённых в разных частях камеры. Антенны, излучавшие помехи, были разнесены друг от друга не менее чем на 90° по азимуту с целью обеспечения равномерного заполнения пространства энергетическими помехами. Рассматривались различные помеховые ситуации, отличавшиеся количеством источников помех (от одного до трёх) и направлением их прихода. В результате проведения данных экспериментов была получена серия многоканальных записей сигналов в виде последовательностей комплексных отсчётов. Среднее значение ОСШ в принимаемом сигнале при отсутствии помех составило 40 дБ.

Как уже указывалось в разделе 2.1, на практике при построении коэффициентов адаптивных фильтров — в частности, определяемых формулами (1.19) и (3.1) — используется не сама КМ входного сигнала, а некоторая её выборочная аппроксимация. При моделировании процесса обработки алгоритмами, описанными в разделе 3.1, выборочное приближение КМ входного сигнала вычислялось по формуле (2.1) с использованием процедуры диагональной регуляризации, задаваемой выражениями (2.2) и (2.3). Параметр регуляризации, фигурирующий в выражении (2.3), в результате анализа значений мощности полученных входных сигналов был принят равным 0,001. В работе [92] показано, что оптимальное количество отсчётов для вычисления выборочной КМ при ПВОС примерно равно $2NN_T$, где N_T — количество временных отводов пространственно-временного фильтра. При переносе данного результата на случай обработки в частотной области число N_T будет фактически задавать длину используемого БПФ. Поэтому для сохранения аналогии с методикой ПВОС и обеспечения равенства числа частотных отсчётов L в сегменте обработки степени двойки количество отсчётов сигнала для построения выборочной КМ по формуле (2.1) при моделировании было положено равным $16N = 64$. Также для ускорения процедуры вычисления весов фильтра к регуляризованной выборочной оценке $\tilde{R}$, полученной по формуле (2.2) и вследствие этого являющейся положительно определённой, было применено разложение Холецкого, определяемое выражением

$$\tilde{R} = BB^H, \quad (3.10)$$

где B — нижнетреугольная матрица [56]. При представлении корреляционной матрицы в данном виде выполнение операций её обращения и умножения на управляющий вектор сводится к решению двух систем линейных алгебраических уравнений с треугольными матрицами, что значительно упрощает вычисления. Коды получившихся реализаций алгоритмов обработки в частотной области представлены в листингах 3.1—3.3. В листинге 3.1 функция

`weights_chol()` реализует подсчёт ВВК фильтра с использованием разложения Холецкого (3.10).

Листинг 3.1 — Код реализации в MATLAB функции для обработки в частотной области по методу MPDR.

```

function res = SFAP_MPDR(data,NT,a)
K = 2 * size(data,1) * NT;
Z = floor(size(data,2)/(NT*K));
res = zeros(1,Z*NT*K);
5 for i = 1:Z
    batchPoints = ((1 + (i-1)*NT*K):(i*NT*K));
    batch = fft(data(:,batchPoints),[],2);
    batchRes = zeros(1,size(batch,2));
    for j = 1:NT
10        binPoints = (1 + (j-1)*K):(j*K);
        bin = batch(:,binPoints);
        R = 0;
        for k = 1:K
            R = R + bin(:,k) * bin(:,k)';
15        end
        R = R + 0.001*trace(R)*eye(size(R));
        batchRes(binPoints) = weights_chol(R, a)' * bin;
    end
    res(batchPoints) = ifft(batchRes);
20 end

```

При моделировании с помощью встроенной в MATLAB функции измерялось время работы каждого из алгоритмов фильтрации в секундах (сокр. ВФ — «время фильтрации») с отдельным вычислением времени работы алгоритмов оптимизации (сокр. ВО — «время оптимизации»), а также максимальный поканальный КП помехи в децибелах. Для вычисления прямого и обратного ДПФ использовалась встроенная в MATLAB функция «fft», реализующая БПФ [93]. При обработке сигналов алгоритмами, описанными в подразделе 3.1.2 и включающими в себя определение числа источников помех и направлений на них, данные показатели также измерялись для последующего сравнения с реальными значениями. При экспериментах с вычислением количества источников по-

Листинг 3.2 — Код реализации в MATLAB функции для обработки в частотной области по методу LCMP.

```

function res = SFAP_batched_4(data,NT,C,Ns,Ni)
K = 2 * size(data,1) * NT;
Z = floor(size(data,2)/(NT*K));
res = zeros(1,Z*NT*K);
5 S = [ones(Ns,1); zeros(Ni,1)];
for i = 1:Z
    batchPoints = ((1 + (i-1)*NT*K):(i*NT*K));
    batch = fft(data(:,batchPoints),[],2);
    batchRes = zeros(1,size(batch,2));
10 for j = 1:NT
        binPoints = (1 + (j-1)*K):(j*K);
        bin = batch(:,binPoints);
        R = 0;
        for k = 1:K
15 R = R + bin(:,k) * bin(:,k)';
        end
        R = R + 0.001*trace(R)*eye(size(R));
        batchRes(binPoints) = ((R \ C) / ((C' / R) * C) * S)' *
bin;
    end
20 res(batchPoints) = ifft(batchRes);
end

```

мех были проведены отдельные эксперименты со всеми возможными случаями расположения источников помех в пространстве. При вычислении направлений на помехи шаг сетки поиска был принят равным 1° . Для определения итоговых направлений на помехи результаты работы всех методов усреднялись. После обработки сигнал подавался на вход программного приёмника спутниковых навигационных сигналов SoftGNSS [11], где измерялось среднее ОНШ (C/N_0) для спутника, которому соответствует наибольший из максимумов корреляции сигнала с локально генерируемыми опорными C/A-кодами.

Результаты моделирования приведены в таблицах 8—10 и рисунках 3.1—3.9. Различные алгоритмы оптимизации обозначены в них, соответственно, как ГС (градиентный спуск), РЧ (рой частиц) и РС (рой сальп). В таблице

Количество помех	Характеристика работы	Алгоритмы обработки								
		MPDR			LCMP			LCMV		
		ГС	РЧ	РС	ГС	РЧ	РС	ГС	РЧ	РС
1	ВФ, с	18,8	13,2	17,3	21,5	21,1	21,2	9,9	11,9	10,3
	ВО, с	10,7	5,4	9,3	5,5	5,4	5,5	1	1,2	1,1
	КП, дБ	58	58	58	52	52	52	49	49	49
	C/N_0 , дБ	45	45	45	41	41	41	37	37	37
2	ВФ, с	18,2	13,9	16,6	21,4	21,3	22	9,8	11	10,4
	ВО, с	9,7	5,7	8	5,2	5,5	5,4	0,8	1,8	1,1
	КП, дБ	63	62	63	56	56	56	50	52	50
	C/N_0 , дБ	47	47	47	41	39	41	36	33	34
3	ВФ, с	18,6	10,9	16,7	22,9	21,6	22,1	9,8	9,2	9,7
	ВО, с	10,7	3,1	8,9	7,4	6,4	7	1,2	1	1,2
	КП, дБ	57	57	57	50	50	50	50	50	50
	C/N_0 , дБ	41	39	41	35	35	35	35	35	35

Таблица 8 — Результаты экспериментов по обработке в частотной области.

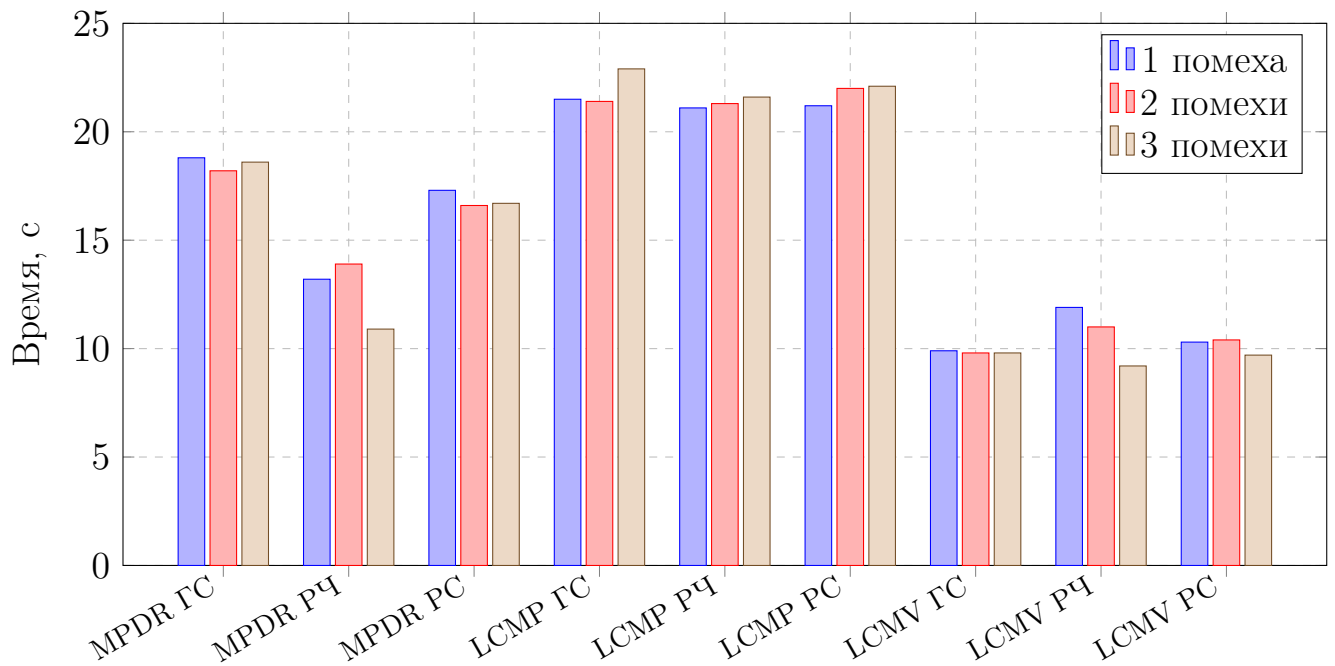


Рисунок 3.1 — Время работы алгоритмов фильтрации, полученное в экспериментах с различным количеством помех.

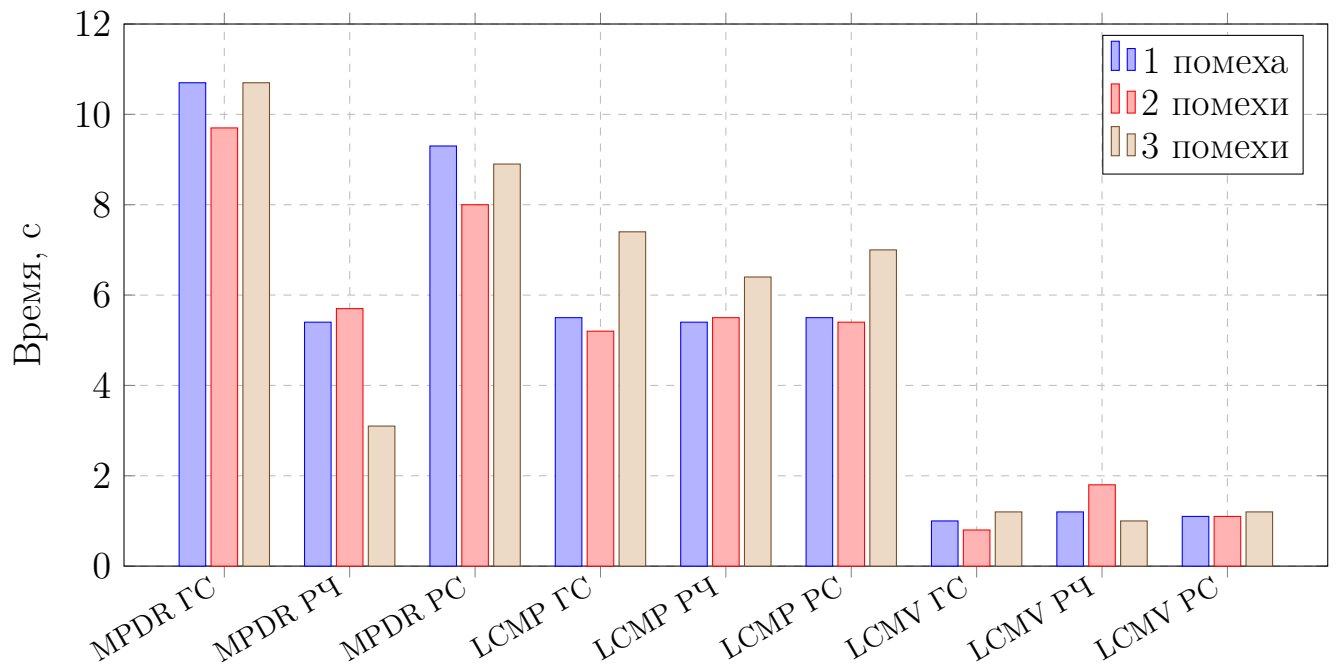


Рисунок 3.2 — Время работы алгоритмов оптимизации, полученное в экспериментах с различным количеством помех.

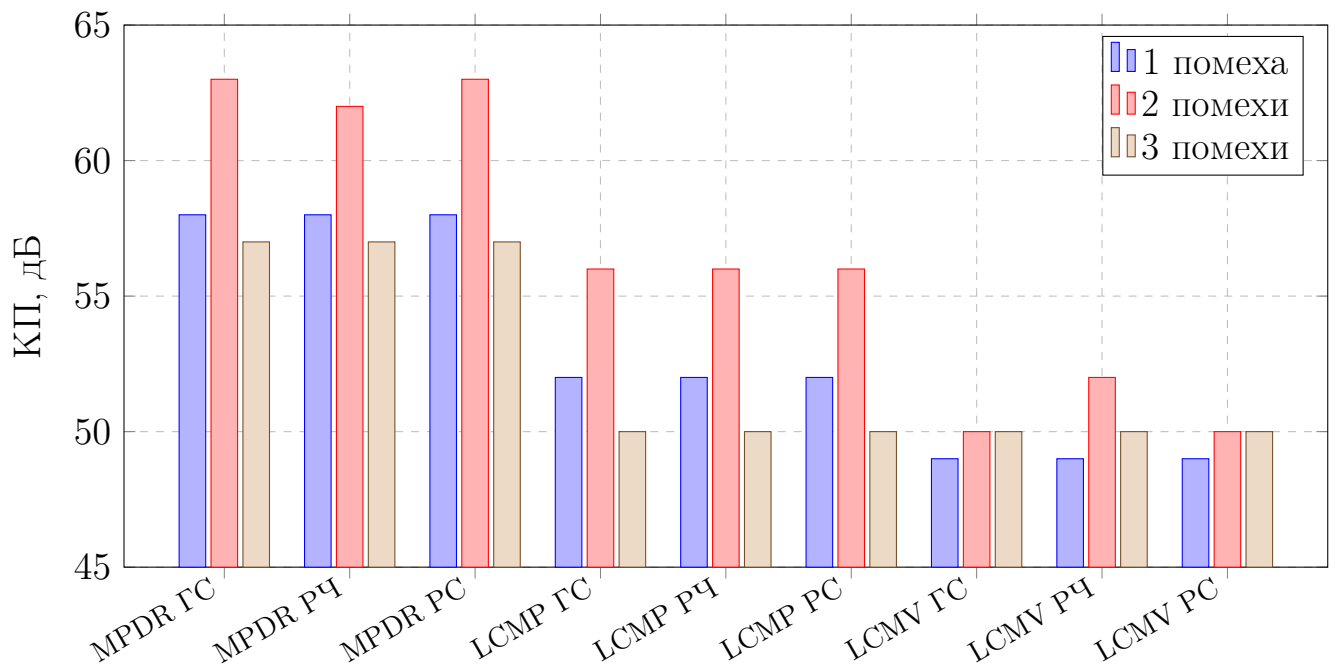


Рисунок 3.3 — Значения КП, полученные в экспериментах с различным количеством помех.

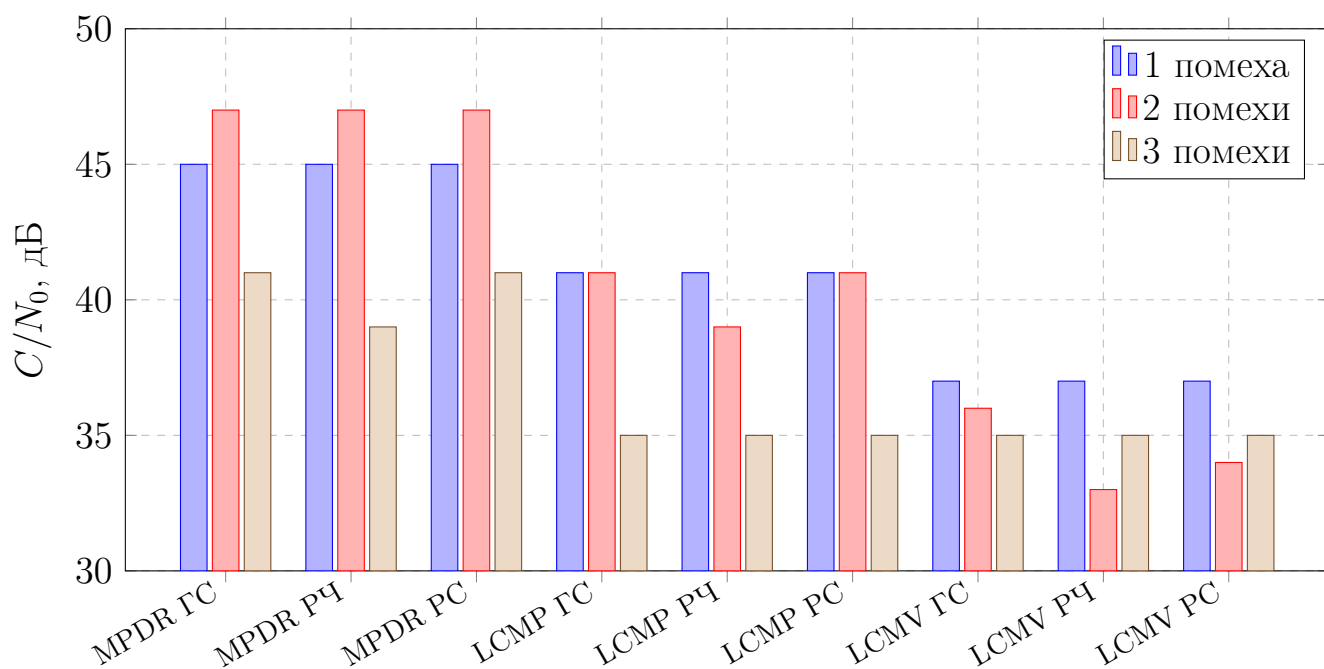


Рисунок 3.4 — Значения C/N_0 , полученные в экспериментах с различным количеством помех.

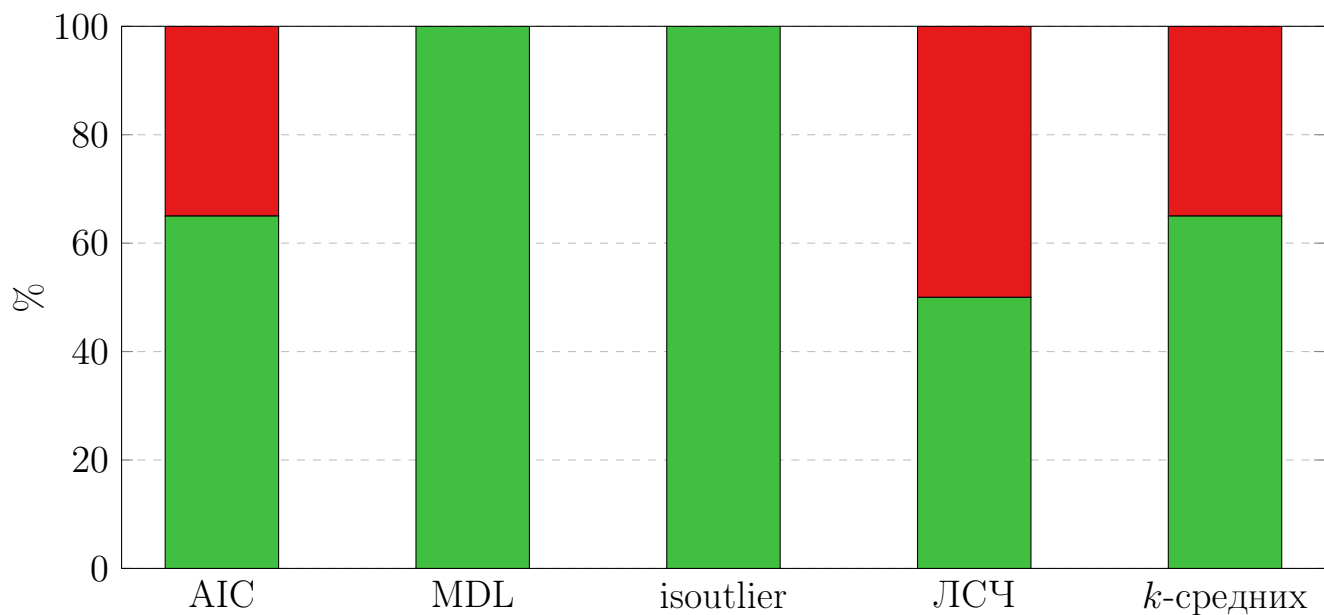


Рисунок 3.5 — Выраженные в процентах доли правильных (зелёный) и неправильных (красный) определений количества источников помех различными алгоритмами.

Количество помех	Положение источников	Алгоритмы					Мода результатов
		AIC	MDL	isoutlier	ЛСЧ	k -средних	
0	-	0	0	0	4	4	0
1	0	1	1	1	1	4	1
	-1	2	1	1	1	2	1
	1	1	1	1	1	4	1
2	0, 0	3	2	2	2	2	2
	-1, -1	2	2	2	2	2	2
	1, 1	3	2	2	2	2	2
	1, 0	2	2	2	2	2	2
	1, -1	2	2	2	1	2	2
	0, -1	2	2	2	1	2	2
3	0, 0, 0	3	3	3	2	3	3
	-1, -1, -1	3	3	3	3	3	3
	1, 1, 1	4	3	3	3	3	3
	1, 1, 0	4	3	3	3	3	3
	1, 1, -1	3	3	3	2	2	3
	0, 0, -1	3	3	3	2	2	3
	0, 0, 1	4	3	3	2	3	3
	-1, -1, 1	3	3	3	1	3	3
	-1, -1, 0	4	3	3	1	3	3
	1, -1, 0	3	3	3	2	2	3

Таблица 9 — Результаты определения количества помех.

Количество помех	Истинные направления	Алгоритмы		
		Beamscan	Кейпона	MUSIC
1	0°, 45°	0°, 45°	0°, 45°	0°, 45°
2	0°, 45°	359°, 41°	0°, 45°	359°, 42°
	154°, 45°	155°, 41°	154°, 45°	155°, 42°
3	60°, 45°	60°, 32°	60°, 44°	60°, 29°
	180°, 45°	179°, 33°	180°, 45°	180°, 31°
	300°, 45°	301°, 35°	300°, 45°	301°, 34°

Таблица 10 — Результаты определения направлений на помехи.

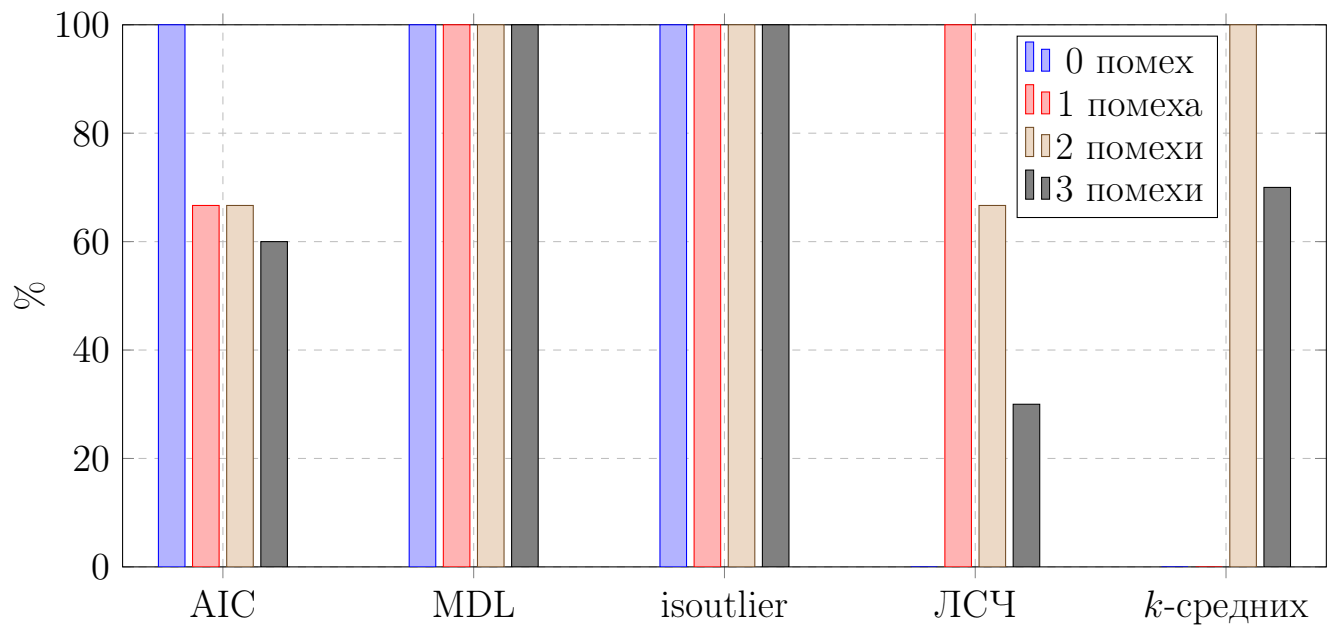


Рисунок 3.6 — Выраженные в процентах доли правильных определений количества источников помех различными алгоритмами с разбиением по истинному количеству помех.

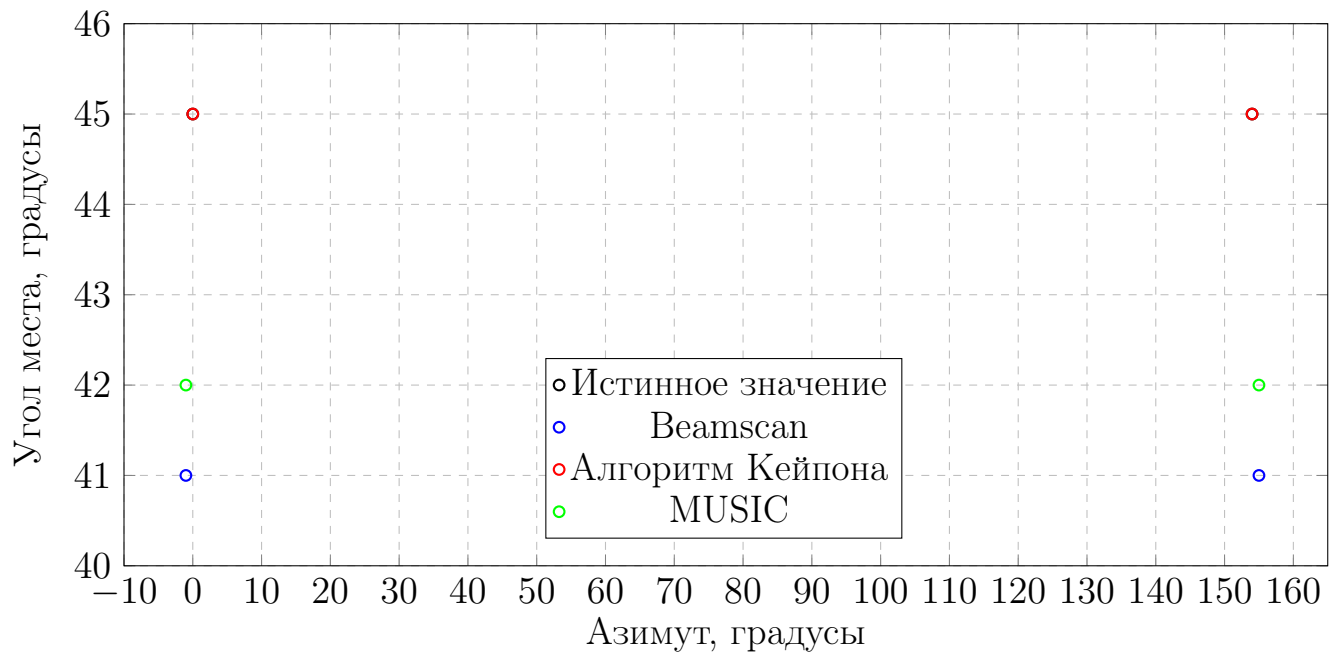


Рисунок 3.7 — Направления на источники помех, полученные различными алгоритмами в эксперименте с двумя помехами.

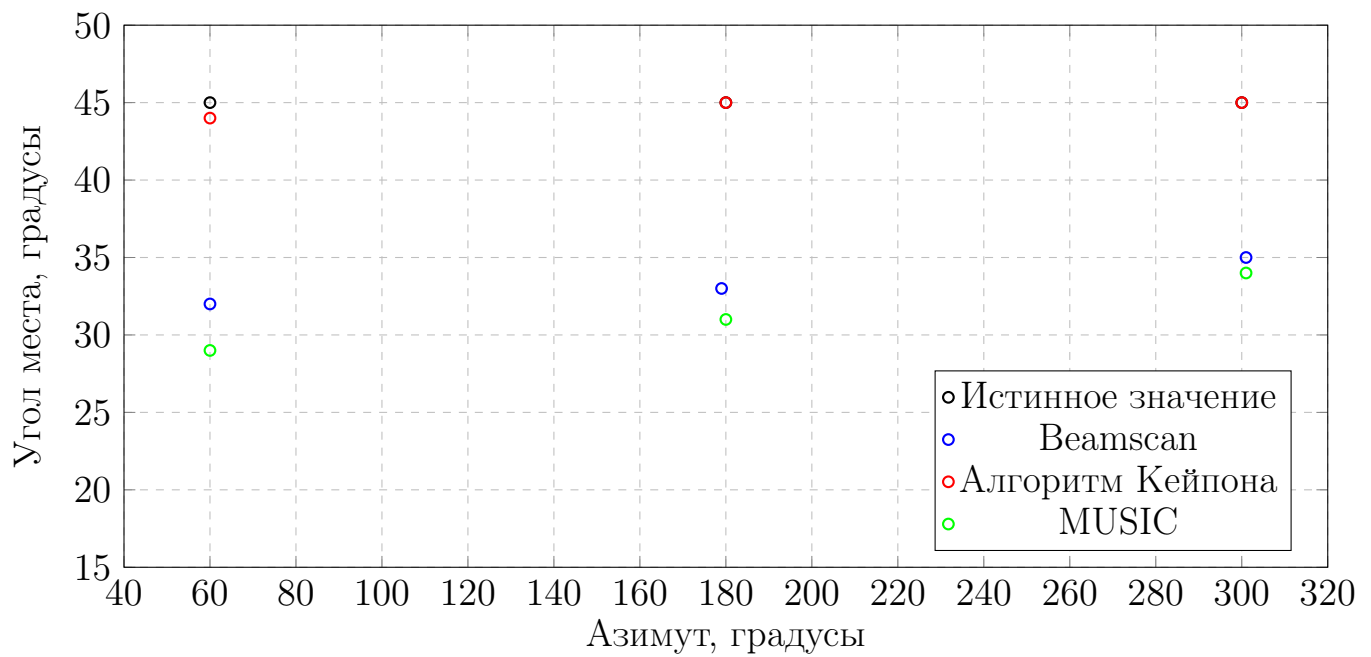


Рисунок 3.8 — Направления на источники помех, полученные различными алгоритмами в эксперименте с тремя помехами.

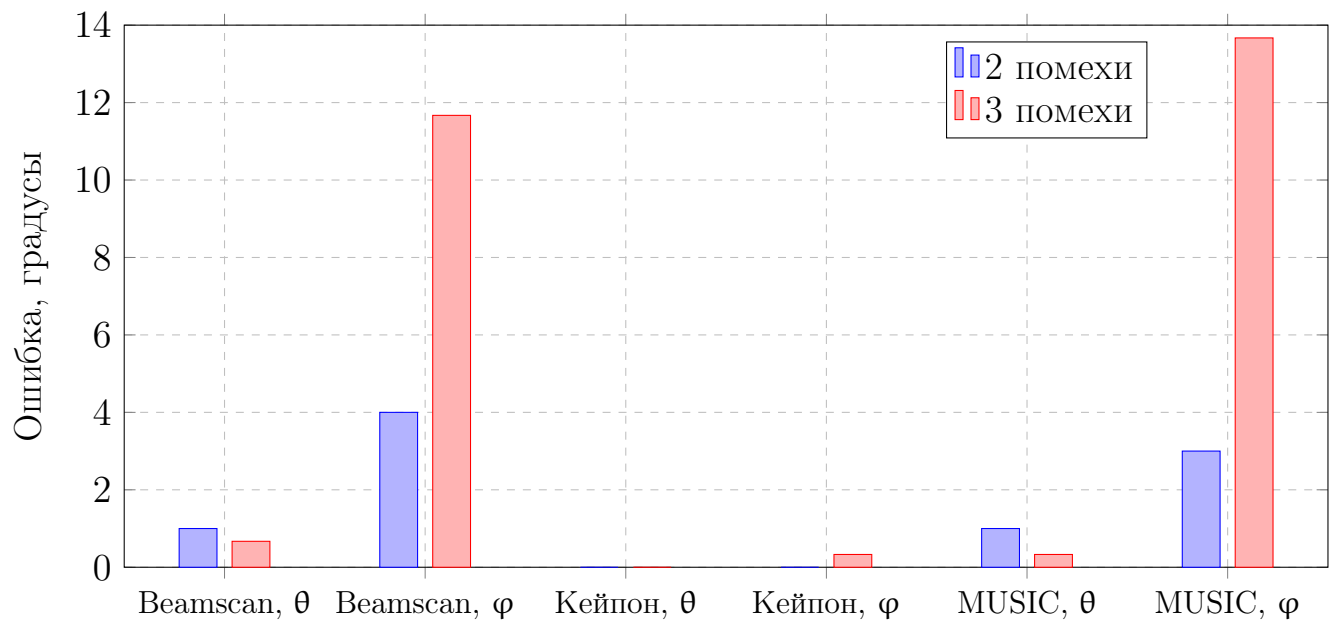


Рисунок 3.9 — Средние абсолютные ошибки определения различными алгоритмами азимутального и угломестного направлений в различных экспериментах.

Листинг 3.3 — Код реализации в MATLAB функции для обработки в частотной области по методу LCMV.

```

function res = SFAP_batched_3(data,NT,C,Ns,Ni)
K = 2 * size(data,1) * NT;
Z = floor(size(data,2)/(NT*K));
res = zeros(1,Z*NT*K);
5 w = C / (C' * C) * [ones(Ns,1); zeros(Ni,1)];
for i = 1:Z
    batchPoints = ((1 + (i-1)*NT*K):(i*NT*K));
    batch = fft(data(:,batchPoints),[],2);
    batchRes = zeros(1,size(batch,2));
10 for j = 1:NT
        binPoints = (1 + (j-1)*K):(j*K);
        batchRes(binPoints) = w' * batch(:,binPoints);
    end
    res(batchPoints) = ifft(batchRes);
15 end

```

2 в столбце «Положение источников» приняты следующие условные обозначения: «0» — источник помехи находился на одной высоте с приёмником; «1» — источник помехи находился на 1 м выше приёмника; «-1» — источник помехи находился на 1 м ниже приёмника. Из полученных данных можно сделать следующие выводы. Все рассмотренные алгоритмы фильтрации справляются с поставленной задачей: большие значения КП (рис. 3.3) и C/N_0 (рис. 3.4) во всех экспериментах в таблице 8 свидетельствуют о высоком уровне подавления помехи и хорошем качестве полезной составляющей в обработанном сигнале. Наибольшие значения КП и C/N_0 во всех экспериментах были получены с использованием алгоритма MPDR. Характеристики подавления алгоритмов LCMR и LCMV примерно равны, однако при малом количестве помех первый метод работает несколько лучше. Значения КП и C/N_0 , полученные в результате работы этих алгоритмов, отстают от соответствующих значений при обработке методом MPDR в среднем на 5–6 дБ. В целом энергетический выигрыш по КП, достигаемый за счёт применения исследуемых алгоритмов, составил в

среднем 5—10 дБ по сравнению с типовыми значениями этой характеристики, указанными в главе 1. Относительно времени работы лучшие результаты — в среднем на 15 секунд быстрее остальных — показал алгоритм LCMV. Это оказалось связано с очень малым временем работы связанных с данным методом алгоритмов оптимизации. Что касается самих алгоритмов поиска экстремума, время их работы оказалось в среднем примерно одинаковым. Существенное преимущество алгоритма роя частиц заметно лишь в экспериментах с алгоритмом MPDR.

Из таблицы 9 и рисунков 3.5—3.6 видно, что в совокупности алгоритмы определения количества источников помех справляются с поставленной задачей и за счёт использования моды результатов их работы в каждом эксперименте в конечном счёте был получен правильный ответ. Однако по отдельности алгоритмы выдавали правильные ответы не в каждом случае. Только методами MDL и isoutlier во всех случаях были получены правильные ответы. Алгоритм k -средних ни разу не выдал неправильный ответ только в случае 2 помех. В остальных случаях наблюдается определённое количество неправильных ответов. В отдельных сериях экспериментов для некоторых алгоритмов количество неправильных ответов превышает половину от числа соответствующих экспериментов — например, в случае с алгоритмом логарифмирования при трёх источниках помех.

Из таблицы 10 и рисунков 3.7—3.9 можно сделать вывод о том, что в целом все алгоритмы определения направлений на источники помех решают поставленную задачу. Наименее отклоняющиеся от истинных значений результаты показал алгоритм Кейпона. У остальных алгоритмов с увеличением числа помех начинает увеличиваться ошибка определения угла места, хотя азимутальный угол во всех случаях определяется достаточно точно. Самая большая ошибка получилась у алгоритма MUSIC в эксперименте с тремя помехами и составила 16° . Хотя это число и достаточно велико, из успешного подавления помех, которое, как указывалось выше, видно из значений КП и C/N_0 в таблице 8

следует, что полученные отклонения от истинных направлений на источники помех недостаточны для существенного ухудшения качества фильтрации.

Полученные результаты компьютерного моделирования позволяют синтезировать целостный алгоритм ПОС в частотной области, состоящий из всех описанных выше этапов обработки, включающих в себя вычисление выборочного приближения КМ входных сигналов фильтра, дальнейшее определение с её помощью количества источников помех и относительных угловых направлений на них посредством оптимизации соответствующей целевой функции с использованием определённого алгоритма программирования, а также последующий подсчёт ВВК пространственного фильтра с использованием всей полученной ранее информации. Блок-схема такого полного алгоритма приведена на рисунке 3.10. На основании результатов моделирования можно заключить, что наиболее подходящим алгоритмом ПОС для данной схемы обработки в частотной области является метод LСМР, который работает несколько дольше, чем алгоритм LСМV, но при этом обеспечивает бóльшие значения характеристик ПУ. В качестве метода определения числа источников помех следует использовать алгоритмы MDL и MAD. Также в комбинации с ними можно применять другие методы, определяя итоговое решение с помощью моды набора результатов работы всех алгоритмов. В частности, для обеспечения «кворума» в спорных случаях можно использовать комбинацию из нечётного числа наиболее эффективных алгоритмов. Для определения направлений на источники помех следует использовать алгоритм Кейпона, а для оптимизации соответствующей целевой функции — метод роя частиц. Таким образом, в результате объединения различных алгоритмов, имеющих наилучшие характеристики работы, получается целостный многоэтапный метод ПОС в частотной области, обеспечивающий повышение совокупного качества обработки в сложных помеховых ситуациях.

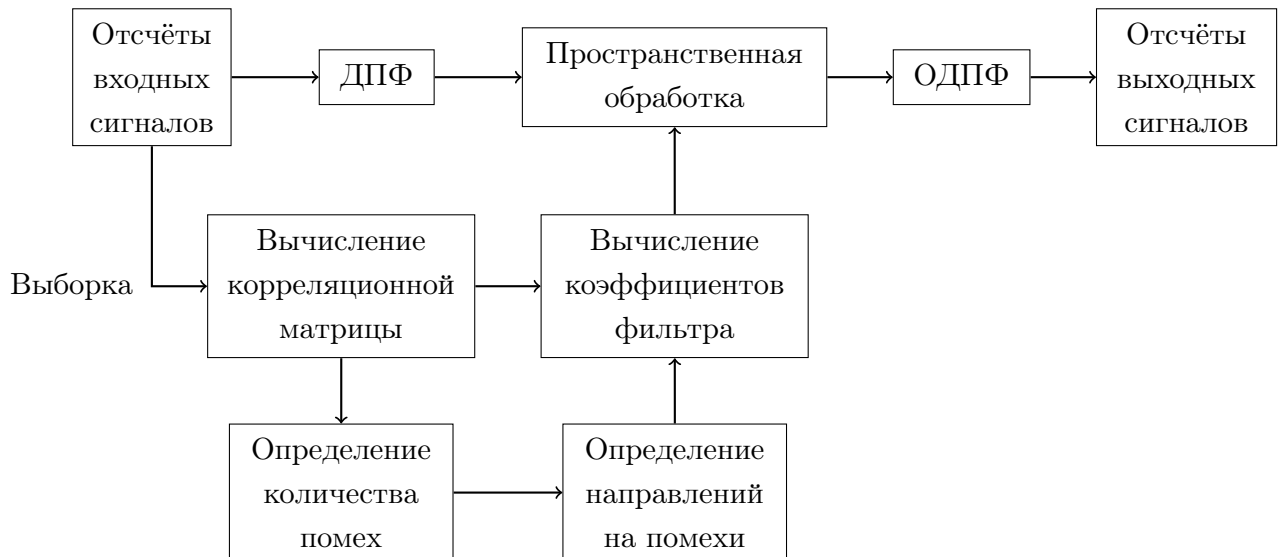


Рисунок 3.10 — Схема полного алгоритма ПОС в частотной области.

3.4 Выводы по главе 3

1. Предложены алгоритмы пространственной обработки в частотной области, основанные на выражениях (1.19), (3.1) и (3.2), задающих различные варианты оптимальных пространственных фильтров. Первый алгоритм предназначен для проведения обработки в условиях отсутствия априорной информации об окружающей радиотехническую систему помеховой обстановке. Вторым и третьим алгоритмы рассчитаны на обработку с учётом наличия сведений о числе действующих источников помех и их расположении относительно приёмной системы.
2. Предложены различные дополнительные алгоритмы, обеспечивающие корректную работу приведённых методов обработки в частотной области. Среди них — методы определения числа источников помех, угловых направлений на них, а также алгоритмы оптимизации целевых функций для поиска относительного положения источников помех. В частности, предложен метод определения числа помеховых сигналов, основанный на подсчёте собственных чисел корреляционной матрицы входного сигнала, превосходящих некоторое пороговое значение. Все

указанные алгоритмы, предложенные на данном этапе исследования, обладают научной новизной и теоретической значимостью.

3. Проведён сравнительный анализ качества работы предложенных алгоритмов, основанный на компьютерном моделировании с использованием записей реальных спутниковых навигационных сигналов в разных помеховых обстановках. Из результатов моделирования следует, что предложенные алгоритмы пространственной обработки в частотной области работают корректно и обеспечивают достижение энергетического выигрыша, который можно оценить в 5–10 дБ по сравнению с типичными значениями показателей цифровой фильтрации. Предложенные алгоритмы определения количества источников помех также показали свою работоспособность по результатам проведённых экспериментов. Полученные количественные характеристики качества работы предложенных алгоритмов позволяют выделить из них ряд методов, показавших наилучшие результаты, и объединить их в один целостный многоэтапный метод обработки, обеспечивающий повышение её совокупного качества. Из всего вышесказанного следует практическая значимость построенного комплекса алгоритмов обработки. Можно заключить, что приведённое в этой главе исследование решает вторую задачу работы.

Глава 4. ПРЕДЛОЖЕНИЯ ПО ПРАКТИЧЕСКОЙ РЕАЛИЗАЦИИ МЕТОДОВ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ В СИСТЕМАХ СПУТНИКОВОЙ НАВИГАЦИИ

В данной главе описываются предложения по практической реализации описанных выше алгоритмов пространственной фильтрации спутниковых навигационных сигналов, в совокупности имеющие форму аппаратно-программного комплекса (далее — АПК) сигнальной обработки в составе навигационного приёмника. Это устройство предполагает наличие в одном корпусе всей аппаратуры, необходимой для правильного приёма спутниковых навигационных сигналов в присутствии внешних некоррелированных энергетических помех относительно большой мощности, для пространственной обработки принятых сигналов и последующей их демодуляции с целью получения навигационного решения. К такой аппаратуре относятся АР, приёмо-передающие тракты, устройства ЦОС и демодуляции сигналов, а также спутниковые навигационные приёмники. При этом устройство должно исправно функционировать в реальном масштабе времени в условиях сложной и постоянно изменяющейся сигнально-помеховой обстановки.

В качестве метода обработки при реализации АПК был выбран один из алгоритмов ПВОС в связи с его лучшими характеристиками работы по сравнению с обыкновенными алгоритмами ПОС и одновременной возможностью экономной реализации на выбранной элементной базе. С целью проверки работоспособности АПК применительно к сигналам максимально возможного количества спутниковых систем была реализована возможность приёма сигналов GPS L1, ГЛОНАСС G1 и ГЛОНАСС G2. В связи с различающимися несущими частотами сигналов указанных систем для их приёма использовалась специальная двухрадиусная кольцевая АР, содержащая 8 АЭ.

Перед выбором элементной базы и конкретных комплектующих, построением и испытаниями АПК были проведены машинные эксперименты по про-

странственно-временной обработке реальных сигналов выбранным алгоритмом с целью подтверждения правильности и эффективности его работы, а также оценки потенциальных значений характеристик ПУ предлагаемого АПК. Научные результаты, описанные в данной главе, опубликованы в работах [94—100].

4.1 Проведение машинных экспериментов по реализации аппаратно-программного комплекса обработки сигналов

4.1.1 Схема, аппаратное и программное обеспечение машинных экспериментов

Для проведения машинных экспериментов по реализации АПК была разработана модель в виде комплекса программ для ЭВМ, включающая в себя цифровую фильтрацию и демодуляцию обработанных сигналов. На данном этапе проверялась работоспособность модели АПК только применительно к сигналам системы GPS диапазона L1.

В качестве метода сигнальной обработки в данной модели АПК и последующей его реализации был выбран алгоритм ПВОС, построенный на основе следующего метода ПОС. Пусть $x(t) \in \mathbb{C}^N$ — входной сигнал N -канального пространственного фильтра, определённый в дискретные моменты времени $t = 1, 2, \dots$, $x_1(t) \in \mathbb{C}$ — первый входной канал фильтра, $\tilde{x}(t) \in \mathbb{C}^{N-1}$ — входной сигнал без первого канала. Тогда выходной сигнал $y(t) \in \mathbb{C}$ пространственного фильтра можно сформировать для всех значений t как

$$y(t) = x_1(t) + (w(t), \tilde{x}(t)), \quad (4.1)$$

где $(\cdot, \cdot)$ — оператор вычисления скалярного произведения,

$$w(t) = -\hat{R}^{-1}(t)r(t) \quad (4.2)$$

есть ВВК фильтра, где $\hat{R}(t) = \tilde{x}(t)\tilde{x}^H(t)$ — выборочная оценка КМ входного сигнала, $r(t) = x_1^*(t)\tilde{x}(t)$ — вектор взаимной корреляции между отсчётами первого входного канала и всех остальных.

Данная схема ПОС в литературе называется классическим антенным компенсатором помех. При её построении предполагается, что полезный сигнал содержится только в первом входном канале x_1 , который называется основной антенной, в остальных же каналах — дополнительных или компенсационных — присутствуют только помехи. В данном случае первый входной канал играет роль источника эталонного сигнала, используемого при поиске оптимального ВВК фильтра путём решения задачи оптимизации вида (1.13). В реальности в случае одновременного приёма радиотехническим устройством спутниковых и помеховых сигналов такая ситуация практически нереализуема — хотя бы один входной канал будет содержать смесь из полезного сигнала, помех и шума, причём, как правило, это относится ко всем или почти всем каналам. Поэтому в данном случае в качестве основной антенны фактически можно использовать любую из имеющихся. Выражение (4.2) можно вывести из условия минимизации мощности выходного шума фильтра. Эта формула представляет собой выборочное приближение ВВК оптимального винеровского решения, вычисляемого по формуле (1.14), которое пересчитывается на каждом шаге адаптации и может рассматриваться как результат аппроксимации математического ожидания, фигурирующего в формулах (1.15) и (1.16), скользящим средним по аналогии с выражением (2.4). В терминах ДН АР обработка по данной схеме представляет собой постановку нулей в направлениях источников всех приходящих сигналов, вследствие чего классический компенсатор помех также иногда называют адаптивным формирователем нулей или компенсатором боковых лепестков [30]. При этом компенсатор реализует режекцию помех без знания направлений на их источники, а также гарантированно не подавляет полезные спутниковые сигналы, уровень которых, как указывалось ранее, находится ниже уровня теплового шума [4; 101].

Ещё одним перспективным методом обработки, который может служить альтернативой применению компенсаторов боковых лепестков представляется схема, в которой используется определённый локальный генератор эталонного сигнала, поступающего на вход какого-либо из классических адаптивных алгоритмов. С учётом структуры спутниковых навигационных сигналов, в качестве первого приближения эталонного сигнала алгоритма можно использовать периодические последовательности дальномерных кодов, соответствующие различным спутникам некоторой ГНСС. Первичную обработку с использованием таких эталонных сигналов можно по аналогии с методами, применяемыми, помимо прочего, в задачах машинного обучения, считать этапом первоначальной подстройки весов адаптивного алгоритма (или этапом его «обучения»), длящимся в течение определённого промежутка времени, обычно зависящего от длины эталонной последовательности. Вторая стадия обработки предполагает адаптацию с использованием выходного сигнала алгоритма, полученного посредством применения ко входному сигналу первично вычисленных весов, в качестве эталонного. Данный выходной сигнал можно приблизить к эталонному путём его «сглаживания» посредством применения к нему слайсера — устройства, заменяющего отсчёты сигнала на ближайшие к ним значения кодовой последовательности. Дополнительно улучшает качество фильтрации предварительная корреляционная обработка входных сигналов адаптивного алгоритма, выполняемая посредством их свёртки с эталонными дальномерными кодами спутников. При использовании в данной схеме адаптивных алгоритмов с линейными ограничениями можно также добиться сохранения заранее заданных значений ДН в направлениях на навигационные спутники при условии, что эти направления известны априори. Основным недостатком приведённой схемы является необходимость в использовании большого числа отдельных алгоритмов для каждого из спутников, сигнал которого требуется обнаружить в результате обработки. Однако расчёт вычислительной сложности такой фильтрации и требуемого объёма памяти показывает возможность реализации описанной схемы обработки для достаточно большого количества спутников на сравнительно доступной

элементной базе. На момент написания данной работы устройство, в котором реализуется обработка по указанной схеме находится на этапе проектирования, в отличие от разработанной реализации АПК, основанной на вышеописанной схеме ПОС и более подробно описанной ниже.

Процедуру ПОС, задающуюся формулами (4.1) и (4.2), можно преобразовать в алгоритм ПВОС, если вместо сигнала $\tilde{x}(t)$ использовать вектор

$$\tilde{x}'(t) = (\tilde{x}^T(t), \tilde{x}^T(t+1), \dots, \tilde{x}^T(t+N_T-1))^T, \quad (4.3)$$

где $N_T \in \mathbb{N}$ — количество временных отводов пространственно-временного фильтра. В таком случае вектор $\tilde{x}'(t)$ и, как следствие, КМ входного сигнала фильтра будут иметь размерность $(N-1)N_T$, что ровно в N_T раз больше, чем размерность аналогичной задачи ПОС. Однако, как уже указывалось ранее, увеличение размерности задачи фильтрации при переходе от ПОС к ПВОС компенсируется повышенным качеством работы результирующего фильтра. Также для того, чтобы несколько снизить вычислительную сложность построенной процедуры ПВОС и сделать её более подходящей для реализации в ПЛИС, можно вычислять ВВК не в каждый момент времени, как того требует формула (4.2), а только один раз за $K \in \mathbb{N}$ отсчётов, накапливая за этот период соответствующие матрицы путём суммирования. Иными словами, предполагается использование следующих выражений вместо формулы (4.2):

$$w_K = -\hat{R}_K^{-1}r_K, \quad \hat{R}_K = \sum_{t=1}^K \tilde{x}'(t)(\tilde{x}'(t))^H, \quad r_K = \sum_{t=1}^K x_1^*(t)\tilde{x}'(t). \quad (4.4)$$

Веса w_K используются для вычисления выходного сигнала $y(t)$ для всех $t \in [1; K]$, а затем пересчитываются заново для каждого отрезка времени из K последовательных отсчётов. Такая модификация процедуры вычисления ВВК позволяет уменьшить вычислительную нагрузку на систему и увеличить точность выборочного приближения КМ и численную устойчивость операции её обращения [50]. Схема выполнения данного метода ПВОС представлена в таблице 11.

Вход: $x_1(t)$ — первый входной канал, комплексное число,

$\tilde{x}'(t)$ — входной сигнал пространственно-временного фильтра, комплексный вектор из $(N - 1)N_T$ элементов,

K — количество отсчётов для накопления.

Выход: $y(t)$ — выходной сигнал, комплексное число.

```

1: for  $k = 1, 2, 3, \dots$  do
2:    $T_k \leftarrow 1 + (k - 1) * K$       ▷ Задание временного промежутка накопления
3:    $T_{k+1} \leftarrow k * K$ 
4:    $\hat{R}_K \leftarrow 0$                   ▷ Инициализация матриц
5:    $r_K \leftarrow 0$ 
6:   for  $t = T_k, \dots, T_{k+1}$  do
7:      $\hat{R}_K \leftarrow \hat{R}_K + \tilde{x}'(t) * (\tilde{x}'(t))^H$       ▷ Накопление матриц
8:      $r_K \leftarrow r_K + x_1^*(t) * \tilde{x}'(t)$ 
9:   end for
10:   $w_K \leftarrow -\hat{R}_K^{-1} * r_K$       ▷ Вычисление ВВК
11:  for  $t = T_k, \dots, T_{k+1}$  do
12:     $\alpha \leftarrow \text{dot}(w_K, \tilde{x}'(t))$       ▷ Скалярное произведение
13:     $y(t) \leftarrow x_1(t) + \alpha$       ▷ Фильтрация
14:  end for
15: end for

```

Таблица 11 — Схема выполнения алгоритма ПВОС с накоплением матриц.

Часть модели для машинных экспериментов, предназначенная для выполнения сигнальной обработки по алгоритму, задающемуся выражениями (4.1), (4.3) и (4.4), была реализована в виде программы для ЭВМ на языке программирования C++ с использованием библиотеки функций линейной алгебры «Eigen» [102]. Листинг 4.1 содержит код одной итерации алгоритма обработки из получившейся программы. В качестве входных сигналов пространственно-временного фильтра использовались записи, сделанные предварительно под открытым небом с использованием семи равноудалённых по азимуту антенн, излучающих помехи, восьмиэлементной АР и записывающего устройства. Получившиеся записи, имевшие вид последовательностей дискретных комплексных отсчётов, содержали смесь из полезных спутниковых сигналов, шума и различ-

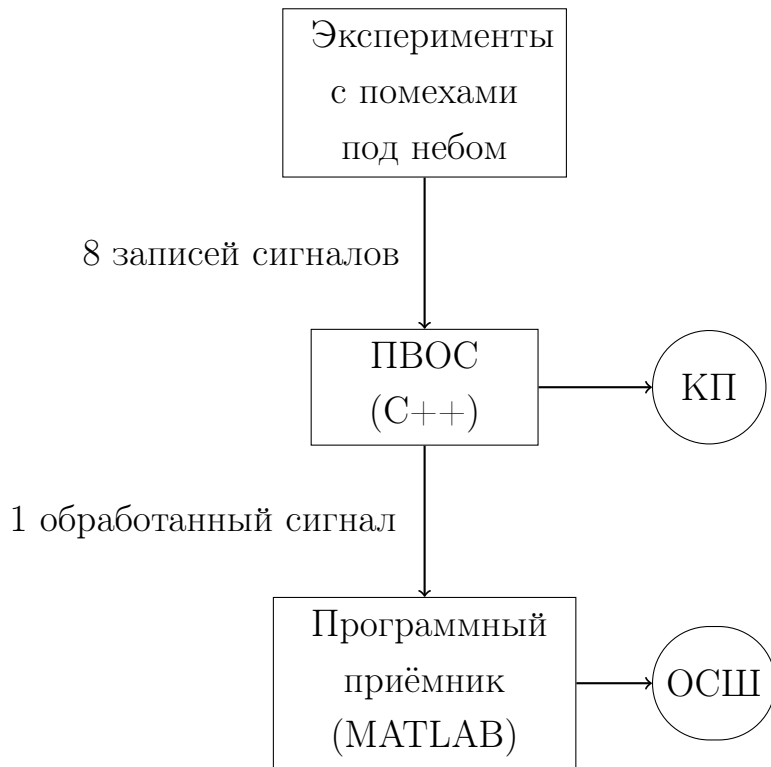


Рисунок 4.1 — Структурная схема машинных экспериментов.

ного числа пространственно разнесённых некоррелированных широкополосных энергетических помех (от одной до семи), причём уровни всех сигналов соответствовали значениям, типичным для рассматривавшейся сигнально-помеховой ситуации, определённой в подразделе 1.1.3: уровни полезных сигналов не превосходили уровня шума, который, в свою очередь, не превосходил уровней помех. Вторая часть модели, состоящая из программного приёмника спутниковых навигационных сигналов SoftGNSS [11], была реализована в среде MATLAB. Входным сигналом для данной части модели служил результирующий сигнал предыдущей части, то есть выходной сигнал пространственно-временного фильтра. Количество K отсчётов для выборочного приближения КМ входного сигнала в соответствии с формулой (4.4) было принято равным 1250, количество N_T временных отводов пространственно-временного фильтра — 5. Структурная схема машинных экспериментов приведена на рис. 4.1.

Листинг 4.1 — Код реализации на языке C++ одной итерации предложенного алгоритма пространственно-временной обработки.

```

5   for (int i = 0; i < K; i++) {
      for (int k = 0; k < NT; k++) {
          longData[k + 0 * NT] = dataArr2[i + k + j * K];
          ...
10      longData[k + 6 * NT] = dataArr8[i + k + j * K];
      }
      std::complex<short> x1 = dataArr1[i + NT - 1 + j * K];
      R += getCorrMatrix(longData);
      r += getCorrVector(longData, x1);
15  }

      w = R.inverse() * r;

15  for (int i = 0; i < K; i++) {
      for (int k = 0; k < NT; k++) {
          longData[k + 0 * NT] = dataArr2[i + k + j * K];
          ...
20      longData[k + 6 * NT] = dataArr8[i + k + j * K];
      }
      std::complex<short> x1 = dataArr1[i + NT - 1 + j * K];
      std::complex<int32_t> dot = getDot(w, longData);
      res[i + j * K] = x1 - dot;
25  }

```

4.1.2 Результаты экспериментов по моделированию работы предлагаемого алгоритма обработки

В ходе машинных экспериментов измерялось два вида численных показателей работы АПК: КП помехи при обработке в первой части модели и ОСШ обработанного сигнала после демодуляции во второй части. Полученные при экспериментах значения данных характеристик приведены в таблице 12 и на рисунках 4.2 и 4.3. Из данных значений можно сделать следующие выводы о работе построенной модели. Достаточно большие значения КП и в среднем

Количество помех	1	2	3	4	5	6	7
КП, дБ	70	70	69	68	66	65	63
ОСШ, дБ	45	44	42	41	40	39	37

Таблица 12 — Результаты машинных экспериментов.

близкие к наиболее естественным значения ОСШ (как указывалось выше, примерно 40 дБ) свидетельствуют об исправной работе обеих частей модели, то есть о корректности алгоритмов ПВОС и демодуляции сигнала. Динамика изменения значений указанных энергетических характеристик помехоустойчивости модели устройства имеет тенденцию к постепенному уменьшению с ростом числа помех, что также соответствует ожидаемому поведению реального АПК и потому является признаком правильности построенной модели.

Помимо указанных количественных показателей качества работы построенной модели, в ходе машинных экспериментов также проверялось соответствие списка спутников, находившихся в момент создания записей в небе над экспериментальной установкой, набору космических аппаратов, которые удалось различить в обработанном сигнале с помощью программного приёмника. Во всех экспериментах спутники, для которых исходные значения ОСШ были близки к средним (примерно 40 дБ) или выше не исчезли из сигнала после его обработки пространственно-временным фильтром. Иными словами, построенный алгоритм ПВОС не допускает значительного ухудшения полезного сигнала и не подавляет его вместе с помехами при условии достаточно высокого уровня его мощности до обработки.

Таким образом, результаты машинных экспериментов с построенной моделью ПВОС свидетельствуют о её правильности и возможности создания АПК на её основе.

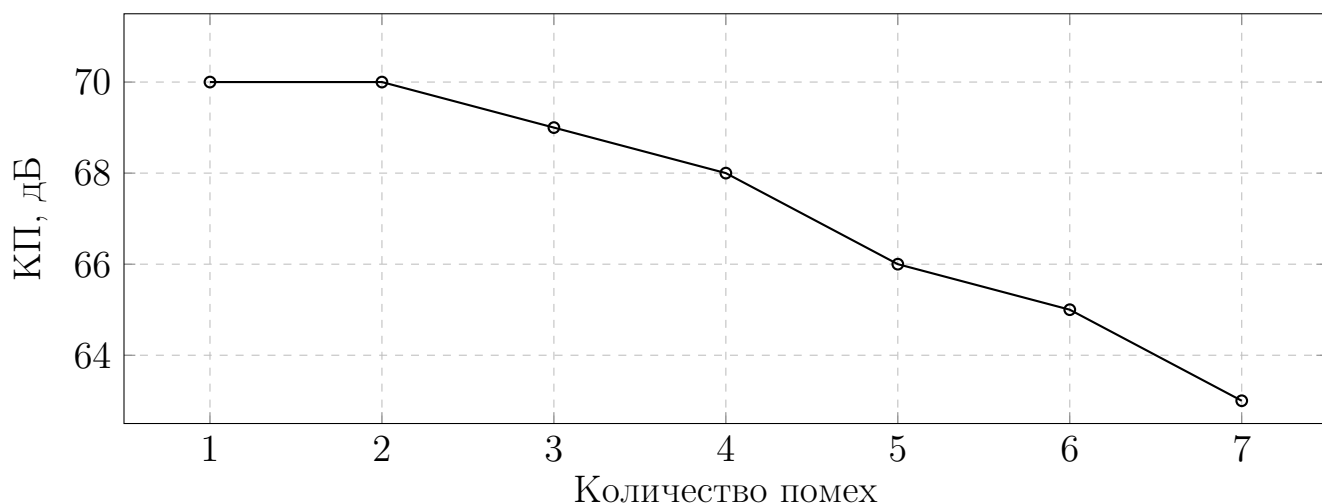


Рисунок 4.2 — Значения КП, полученные в машинных экспериментах с различным количеством помех.

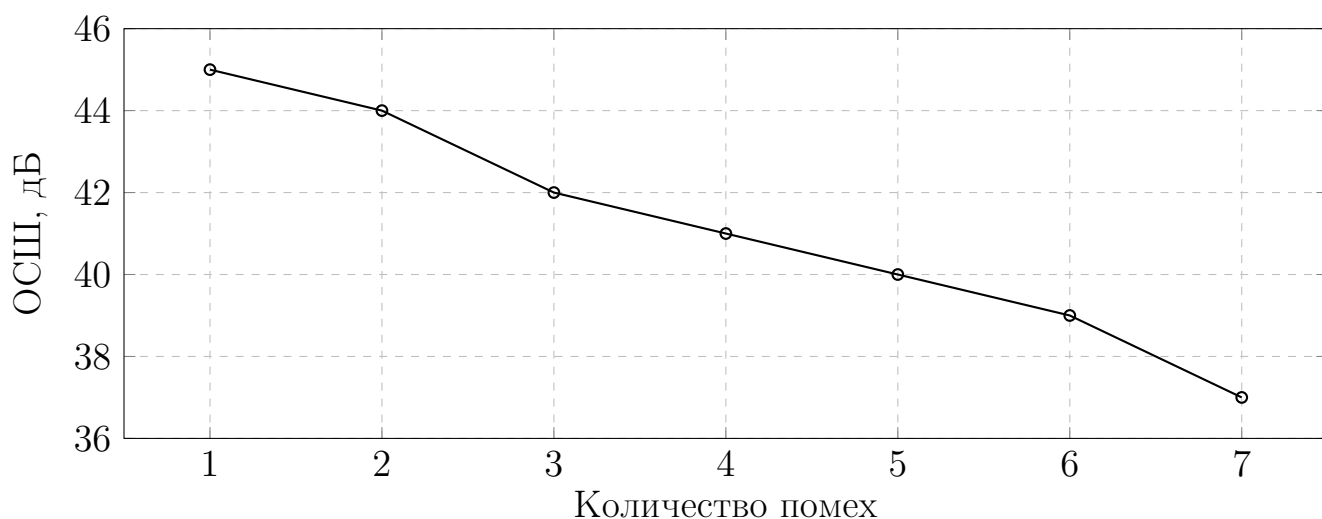


Рисунок 4.3 — Значения ОСШ, полученные в машинных экспериментах с различным количеством помех.

4.2 Предложения по реализации аппаратной части аппаратно-программного комплекса

4.2.1 Предложения по аппаратному обеспечению на основе отечественной элементной базы

В качестве устройства отечественного производства, на котором можно было бы реализовать описанную выше схему ПВОС, можно использовать вы-

пущенную в 2013 году научно-техническим центром «Модуль» сверхбольшую интегральную схему (далее — СБИС) 1879ВЯ1Я. Она представляет собой цифровой унифицированный программный приёмник спутниковых навигационных сигналов класса «система на кристалле». В её состав входят

- четыре 12-битных АЦП, работающих с частотой дискретизации не более 81,92 МГц;
- блок предварительной сигнальной обработки;
- блок первичной обработки сигналов на основе двух 64-разрядных процессорных ядер NeuroMatrix NMC3 с тактовой частотой до 327,68 МГц;
- 32-битный RISC-процессор вторичной обработки ARM1176JZF-S, также работающий на частоте не более 327,68 МГц;
- внутреннее оперативное запоминающее устройство объёмом 16 Мбит;
- блоки синхронизации;
- устройство контроля JTAG;
- интерфейсы USB 2.0, SPI, GPIO, UART.

СБИС выполнена по технологии «комплементарная структура „металл — оксид — полупроводник“, 90 нм», её потребляемая мощность не превосходит 2,7 Вт [103; 104].

СБИС 1879ВЯ1Я позволяет выполнять приём аналоговых сигналов на промежуточной частоте, преобразование их в цифровой код и программную ЦОС. В частности, с помощью данной СБИС посредством корреляционной обработки можно осуществлять слежение за принимаемыми навигационными сигналами, например, за постоянно излучаемыми циклическими ШПС с целью постоянной оценки различных характеристик таких сигналов, как это обычно делается во всех навигационных приёмниках. Архитектура 1879ВЯ1Я обеспечивает двойную буферизацию принимаемого сигнала во внутренней памяти в виде кадров, которые представляют собой оцифрованные отсчеты сигнала после цифрового гетеродинирования и децимации и имеют длительность 1 мс каждый, а также их последующую обработку в режиме реального времени. При этом в состав СБИС не входят аппаратные корреляторы, вся обработка выпол-

няется на ядрах NMC3. В случае ШПС вычисляется корреляция с модулирующей ПСП, принимающей значения ± 1 и циклически сдвигаемой в соответствии с временной задержкой сигнала. Для получения импульсной характеристики СФ, служащего в качестве коррелятора, можно воспользоваться входящим в состав NMC3 специальным устройством — переупаковщиком, который при оптимальном размещении данных в памяти позволяет существенно повысить качество работы процессора. Ещё одна важная особенность СБИС с процессорами NeuroMatrix — наличие векторно-матричного умножителя, который позволяет эффективно обрабатывать целочисленные данные, имеющие разрядность от 1 до 64 бит. Именно, за один такт работы процессора выполняется одна операция умножения вектора на матрицу, что при использовании малоразрядных данных позволяет добиться значительного повышения производительности. Реализация СФ на NMC3 снимает серьёзные ограничения, возникающие при обработке на аппаратных КИХ-фильтрах, в первую очередь — связанные с размером базы ШПС. Также улучшения качества работы можно достигнуть, комбинируя применение для обработки аппаратного КИХ-фильтра и векторно-матричного узла NMC3. Окончательный вариант зависит от длины импульсной характеристики СФ [105].

Помимо качественной реализации слежения за ШПС, приёмник 1879ВЯ1Я можно использовать, в частности, в качестве многоканального амплитудного анализатора цифрового тракта [104]. Однако наиболее актуальный в контексте данного исследования режим работы СБИС 1879ВЯ1Я состоит из обнаружения и подавления нескольких узкополосных помех с помощью КИХ-фильтров в реальном масштабе времени и последующего использования обработанных навигационных сигналов GPS и ГЛОНАСС для высокоточных измерений. В результате проведения соответствующих экспериментов с КИХ-фильтром порядка 128 было получено максимальное значение КП узкополосной помехи, равное 55 дБ. При этом максимальное количество подавляемых узкополосных помех можно увеличить до 16. Одновременно с их подавлением

приёмник продолжает обрабатывать сигналы ГНСС и с высокой точностью решать навигационную задачу [106].

4.2.2 Предложения по аппаратному обеспечению на основе импортной элементной базы

Отечественная СБИС 1879ВЯ1Я позволяет реализовать все составляющие сигнальной обработки и демодуляции в одном корпусе. Аналогичные универсальные устройства зарубежного производства, как правило, включают в себя гораздо больше различных составляющих и потому при бóльших возможностях потенциальной реализации имеют также и более высокую стоимость. Отдельную трудность представляет также вопрос о возможностях и особенностях доставки подобных приборов в Российскую Федерацию. В этой связи для оптимальной альтернативной реализации с использованием зарубежных аппаратных решений необходимо разбить процесс обработки на отдельные этапы и подобрать для каждого из них отдельное устройство.

Непосредственно ПВОС можно выполнять на ПЛИС, специально разработанных для практической реализации решений похожих задач в области обработки радиочастотных сигналов. Одной из таких ПЛИС является модель ХСКU035 семейства Kintex UltraScale производства AMD Xilinx. В данной ПЛИС можно задействовать до 1700 блоков ЦОС, более 200000 таблиц поиска и более 400000 триггеров. При этом среди всех представителей указанного семейства схем модель ХСКU035 относится к решениям с более скромными значениями характеристик ресурсных возможностей и, как следствие, меньшей стоимостью [107]. Однако, экспериментальные исследования показали, что данная ПЛИС по своим характеристикам превосходит многие решения, использующиеся в академической среде, в частности, наиболее современные и мощные устройства, основанные на концепции «Verilog-to-Routing», такие как, напри-

мер, VTR K6 FRAC 2ripple N8 22nm [108]. Среди других ПЛИС производства Xilinx со схожими рабочими ресурсами — Artix-7, Kintex-7 и Zynq 7000 — модель Kintex UltraScale XCKU035 является самой быстродействующей и энергоэффективной и считается наиболее пригодной для реализации различных методов обработки в сфере связи, в том числе — беспроводной [109]. В рамках же данного исследования, как будет показано далее, данная модель вполне подходит для реализации описанного ранее алгоритма ПВОС с параметрами, выбранными на этапе проведения машинных экспериментов.

Задачу обработки сигнала, прошедшего ПВОС, удобно разбить на отдельные подпроцессы демодуляции и решения навигационной задачи с целью дальнейшей их реализации в различных устройствах. Демодуляцию обработанного сигнала можно выполнять на трансивере (приёмопередатчике), то есть на устройстве, которое, как следует из его названия, способно принимать спутниковые сигналы, демодулировать и передавать на другие приборы для дальнейшей обработки. Для демодуляции обработанного на ПЛИС спутникового сигнала можно использовать такой трансивер, как, например, AD9364 производства Analog Devices [110]. Данное устройство включает в себя системы приёма и передачи радиочастотных сигналов, оснащённые, помимо прочего, АЦП и цифро-аналоговыми преобразователями (далее — ЦАП), а также средства цифровой фильтрации и передискретизации, которые могут обмениваться данными с ПЛИС [111]. Таким образом, данный трансивер может выполнять операции дискретизации, передискретизации и восстановления аналогового сигнала, предусиления, выделения синфазной и квадратурной составляющих сигнала и их обратного смешивания, а также фильтрации сигналов на промежуточной частоте [112]. Кроме этого в AD9364 присутствует режим быстрого переключения рабочих частот, что позволяет легко реализовать на данном устройстве передачу сигналов с ППРЧ [113]. Трансивер AD9364 широко используется исследователями в задачах, связанных с реализациями устройств в области программно-конфигурируемого радио [114]. По сравнению с аналогичными устройствами

похожей комплектации и назначения — такими, как USRP B210, USRP N210, USRP NI 2920 и LMS6002D — трансивер AD9364 обладает лучшими техническими характеристиками и в то же время значительно более низкой стоимостью [115].

Для завершения цикла обработки и выполнения его последнего шага — решения навигационной задачи — демодулированный трансивером сигнал можно подать на вход отдельного спутникового навигационного приёмника, который предназначен для реализации позиционирования потребителя по полезным спутниковым сигналам. В качестве такого внешнего навигационного приёмника можно использовать прибор ZED-F9P производства u-blox. С помощью данного устройства можно обрабатывать сигналы всех ГНСС — GPS, ГЛОНАСС, «Бэйдоу» и «Галилео», а также некоторых региональных спутниковых навигационных систем. Приёмник ZED-F9P позволяет определять местоположение потребителя с сантиметровой точностью, в том числе для случая двигающейся приёмной системы [116]. Для вхождения в режим позиционирования с сантиметровой точностью приёмнику требуется поддерживать слежение за достаточным количеством спутников в течение порядка 60 секунд [117]. При решении навигационной задачи ZED-F9P показывает результаты, лишь незначительно уступающие в точности профессиональному геодезическому оборудованию (например, навигационным приёмникам Leica GS18T, Leica GS07, Javad Alpha и Septentrio AsteRx-U [118—120]) при гораздо более низкой стоимости [121]. Многие исследователи рекомендуют данное устройство как перспективное и хорошо подходящее для экспериментов по реализации помехозащищённых радионавигационных устройств и полевых измерений [122].

4.2.3 Предлагаемый вариант реализации аппаратно-программного комплекса обработки сигналов

В связи с тем, что описанные выше компоненты зарубежного производства в совокупности составляют аппаратный комплекс, сравнимый с указанной отечественной СБИС по доступности, но в то же время гораздо более выигрышный в плане гибкости, вычислительных мощностей и итогового качества работы, предлагаемый в данной работе вариант реализации АПК, использованный в натурных экспериментах, был выполнен с применением упомянутых импортных составляющих. На момент проведения настоящих исследований данные устройства были доступны для приобретения и доставки в Российскую Федерацию. Однако впоследствии, в связи с усложнением геополитической обстановки в мире, данные возможности оказались серьёзно ограничены, либо вовсе исчезли. Поэтому в будущем для реализации подобного АПК будет необходимо полагаться на отечественную элементную базу, либо пытаться приобрести импортные компоненты с использованием имеющихся возможностей параллельного импорта.

Приёмные тракты АПК, включающие в себя АР и предшествующие ПЛИС, были спроектированы с учётом необходимости одновременного приёма сигналов систем GPS и ГЛОНАСС. Используемая активная АР представляла собой объединение в одном корпусе двух восьмиэлементных кольцевых эквидистантных АР с разными радиусами, соответствующими длинам волн сигналов диапазонов L1 и L2. После прихода на АР спутниковые сигналы каждого из диапазонов проходили через каскад «полосовой фильтр (ПФ) — усилитель (У) — ПФ» и сумматор, после чего по кабелю передавались в АПК. Сигнал, поступивший на вход АПК, проходил через делитель мощности, после чего результирующие сигналы проходили через каскады «ПФ — У» и смесители, в которых умножались на выходы гетеродинов, соответствующих каждому из сигнальных диапазонов L1 и L2. Затем сигналы снова проходили через каскады «ПФ — У —

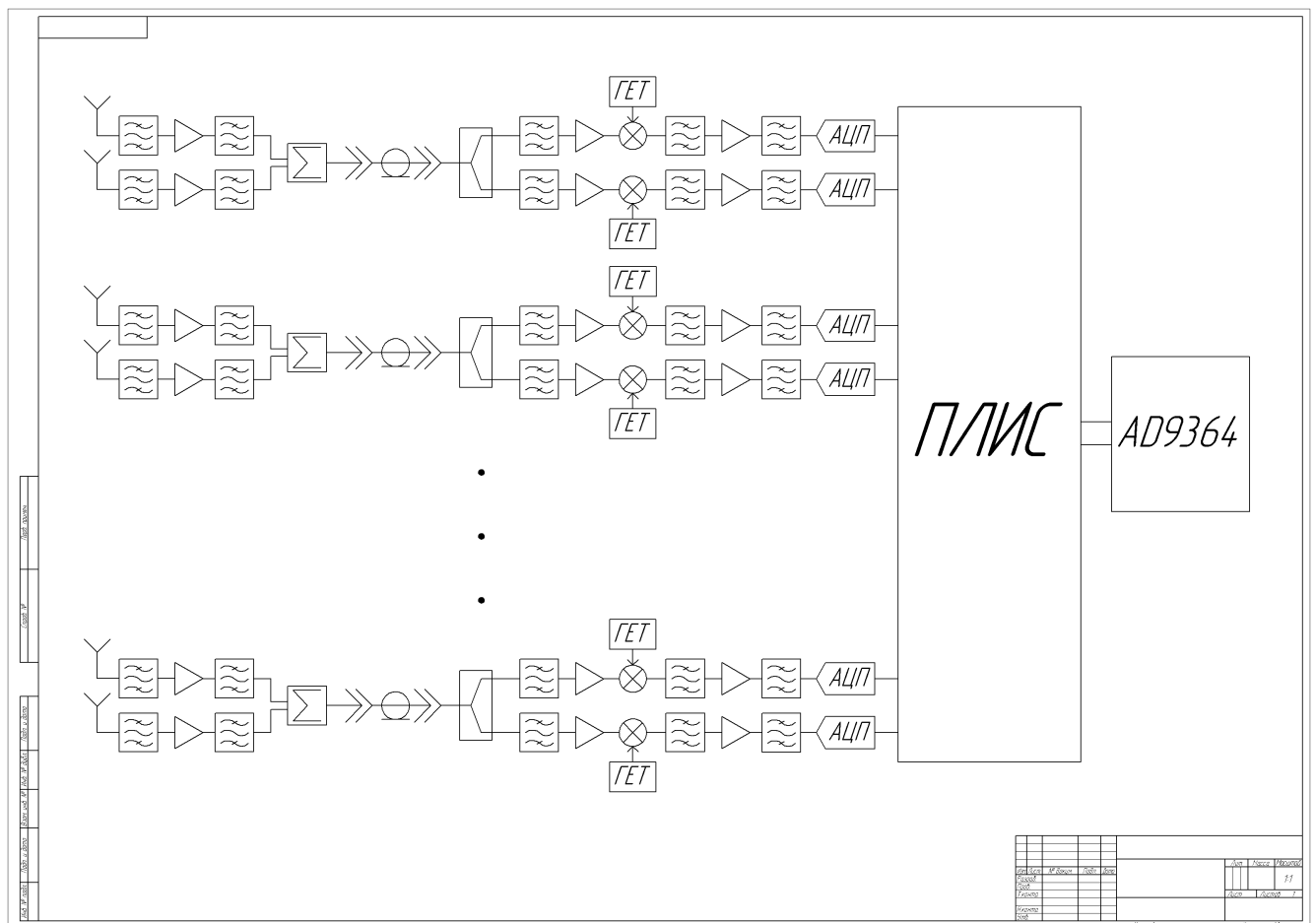


Рисунок 4.4 — Схема реализации АПК и АР

ПФ» промежуточной частоты и АЦП, после чего подавались на вход ПЛИС. Как уже указывалось ранее, выходной сигнал ПЛИС — средства реализации ПВОС — поступал на вход трансивера, где подвергался демодуляции, а затем подавался в навигационный приёмник для завершения решения навигационной задачи. Схема реализации АПК вместе с АР и приёмными трактами приведена на рис. 4.4. На ней не изображён включённый в конечный этап обработки навигационный приёмник u-blox ZED-F9P, считавшийся внешним относительно АПК.

Некоторые значения параметров алгоритма ПВОС для реализации АПК были выбраны такими же, как и на этапе машинных экспериментов: количество N_T временных отводов пространственно-временного фильтра было принято равным 5, количество K отсчётов для выборочного приближения КМ входного сигнала в случае GPS в соответствии с формулой (4.4) — 1250. Для случая же входных сигналов системы ГЛОНАСС параметр K был принят равным 5000.

Ресурс	Доступно	Использовано	Использовано, %
LUT	203128	185216	91,18
LUTRAM	112800	47142	41,79
FF	406256	368358	90,67
BRAM	540	405	75
DSP	1700	1435	84,41

Таблица 13 — Использование алгоритмом фильтрации различных ресурсов ПЛИС.

Для проектирования реализации алгоритма ПВОС в выбранной ПЛИС использовался пакет программ Vivado, который позволяет преобразовывать код, написанный на языке C++, к уровню регистровых передач и затем синтезировать в интегральной схеме [123]. В таблице 13 и на рисунке 4.5 приведены данные об использовании реализованным алгоритмом фильтрации различных ресурсов ПЛИС. Рассматривались соответствующие значения для таких частей ПЛИС, как таблицы поиска (англ. lookup table, сокр. LUT), связанная с ними оперативная память (англ. сокр. LUTRAM), триггеры (англ. flip-flop, сокр. FF), блочная оперативная память (англ. сокр. BRAM) и блоки ЦОС (англ. digital signal processing, сокр. DSP). Как можно видеть из последнего столбца таблицы, с выбранными значениями параметров алгоритм успешно помещается в ПЛИС AMD Xilinx Kintex UltraScale XCKU035 и может быть реализован в ней.

На рисунке 4.6 приведена фотография устройства обработки сигналов, собранного из предложенных комплектующих, запрограммированных с использованием предложенного алгоритма ПВОС.

Таким образом, предлагаемая реализация АПК была спроектирована с использованием компонентов зарубежного производства, подходящих для качественной многоэтапной обработки спутниковых сигналов. Предложенная реализация обеспечивает возможность одновременной работы с сигналами трёх диапазонов. Результаты проектирования алгоритма ПВОС в ПЛИС свидетельствуют о допустимости реализации предложенного метода обработки в выбранной интегральной схеме.

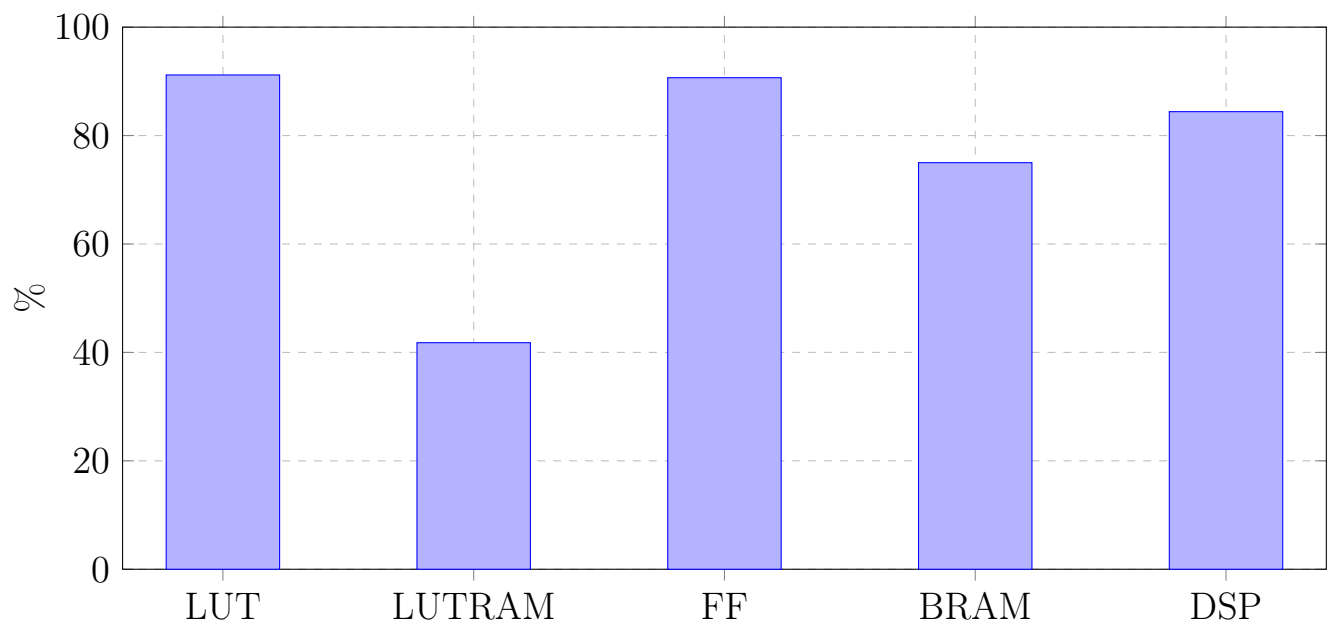


Рисунок 4.5 — Использование алгоритмом фильтрации различных ресурсов ПЛИС в процентах.

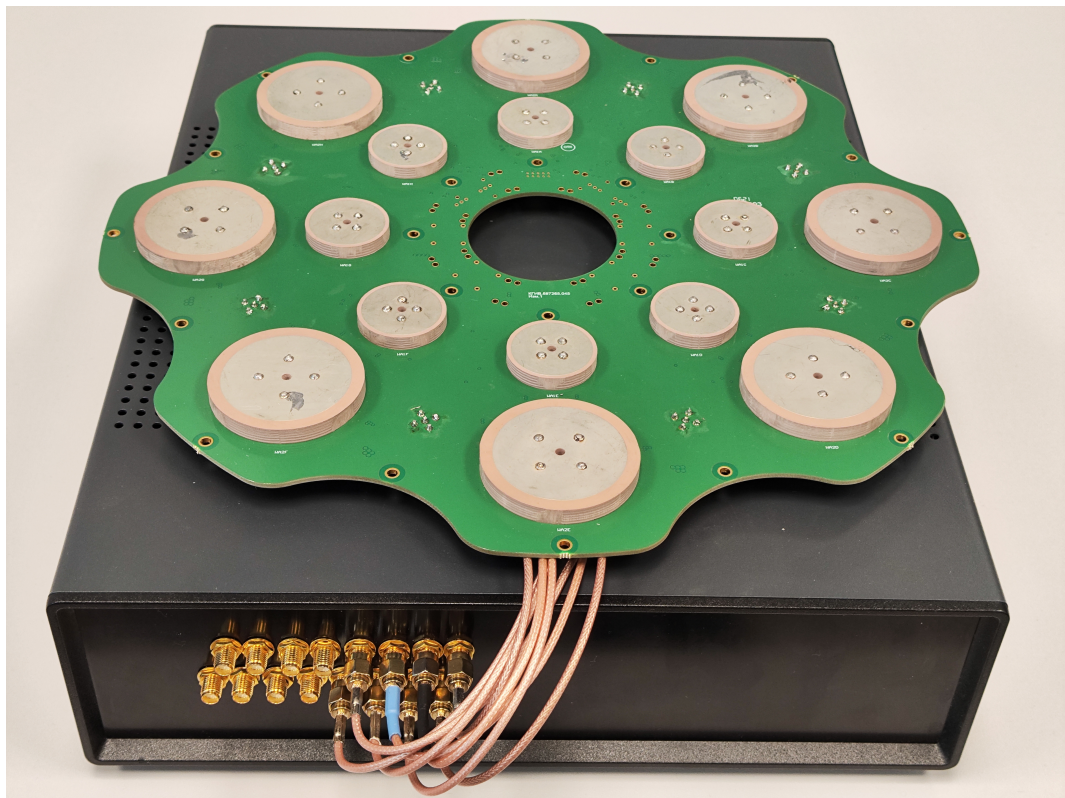


Рисунок 4.6 — Фотография собранного устройства обработки сигналов.

4.3 Результаты натурных экспериментов с предлагаемым аппаратно-программным комплексом

4.3.1 Описание результатов проведённых натурных экспериментов

Условия проведения экспериментов с реализованным АПК в целом совпадают с условиями, в которых создавались записи сигналов, впоследствии использовавшиеся в машинных экспериментах. Эксперименты по приему и обработке спутниковых сигналов в режиме реального времени с помощью АПК проводились на крыше здания, под открытым небом. В качестве устройства генерации и излучения некоррелированных широкополосных помех использовалась плата трансивера (далее — ПТ), оснащённая системой на кристалле AMD Xilinx Zynq UltraScale+ RFSoc [124], восемью АЦП и восемью ЦАП. На расстоянии 3 м по кругу от АПК с АР было размещено семь излучающих антенн, равноудалённых друг от друга по азимуту и подключенных к выходам ЦАП ПТ. Схема получившейся установки для проведения натурных экспериментов приведена на рис. 4.7. Рассматривалось несколько помеховых ситуаций, отличавшихся количеством излучаемых помех (от одной до семи). При работе с сигналами GPS использовались помехи полосой 5 МГц. Ввиду того, что сигналы ГЛОНАСС занимают относительно широкую полосу частот вследствие использования в данной ГНСС принципа МДЧР, для их глушения применялись помехи полосой 20 МГц.

Для каждой помеховой ситуации проводилось по три эксперимента, в которых обрабатывались выборки длиной 10^5 , 10^6 и 10^7 отсчётов. Если задать желаемую точность результатов эксперимента как $\varepsilon = 10^{-5}$, то нетрудно убедиться, что выполняется неравенство

$$\frac{\varepsilon\sqrt{N_e}}{\sigma} \leq \tau(\alpha, \nu), \quad (4.5)$$

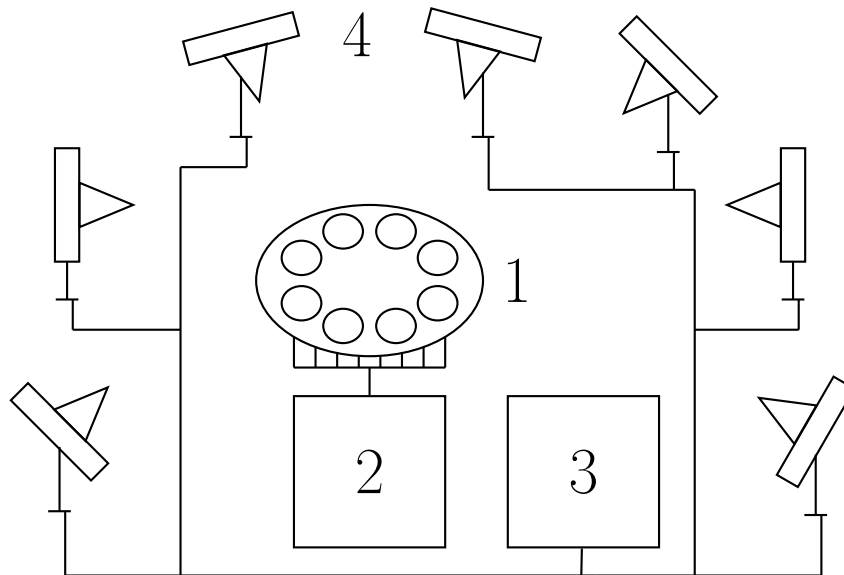


Рисунок 4.7 — Схема установки для проведения натурных экспериментов. Обозначения: 1 — АР, 2 — АПК, 3 — ПТ, 4 — излучающие антенны.

где $N_e = 3$ — количество экспериментов, $\sigma = 5,4745 \cdot 10^6$ — СКО набора длин выборок, $\tau = 4,303$ — значение распределения Стьюдента при уровне доверия $\alpha = 0,95$ и $\nu = N_e - 1$. Выполнение неравенства (4.5) означает, что данный набор длин выборок удовлетворяет критерию Стьюдента и, как следствие, является достаточным для получения достоверных результатов экспериментов, имеющих заданную точность [125].

Во всех случаях после фильтрации через достаточно короткое время приемник входил в режим «Fixed», то есть получал навигационное решение. Результаты испытаний приведены в таблице 14 и на рисунках 4.8 и 4.9.

Из полученных при испытаниях АПК значений характеристик его работы можно сделать следующие выводы. Значения КП для случая сигнала системы GPS отличаются от модельных (рис. 4.2) в среднем на 22–23 дБ, но при этом имеют похожую динамику. Это связано с тем, что в модели уровень шума АЦП был примерно равен 0 дБ, в то время как в реализации он принимал значения около 20 дБ. Поэтому можно считать, что в модельном и экспериментальном случаях алгоритм ПВОС и обработанный сигнал ведут себя примерно одинаково и отличаются лишь на приблизительно постоянный уровень шума АЦП. Значения ОСШ для GPS, в свою очередь, в среднем незначительно отличаются

Количество помех	КП, дБ			ОСШ, дБ		
	GPS	ГЛОНАСС G1	ГЛОНАСС G2	GPS	ГЛОНАСС G1	ГЛОНАСС G2
1	54	44	52	42	41	44
2	51	38	50	41	38	43
3	50	34	46	41	33	42
4	48	29	40	38	32	40
5	40	26	36	36	32	37
6	38	22	30	35	30	35
7	35	20	27	33	29	34

Таблица 14 — Результаты натурных экспериментов.

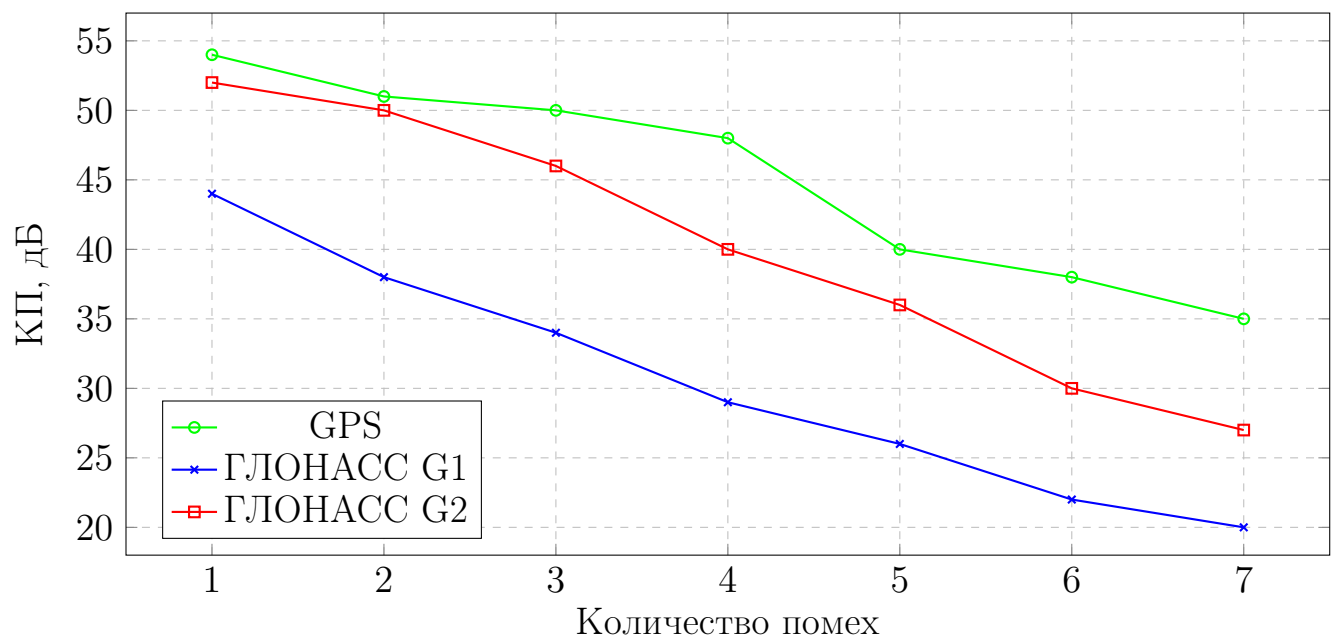


Рисунок 4.8 — Значения КП, полученные при испытаниях АПК для различных спутниковых сигналов.

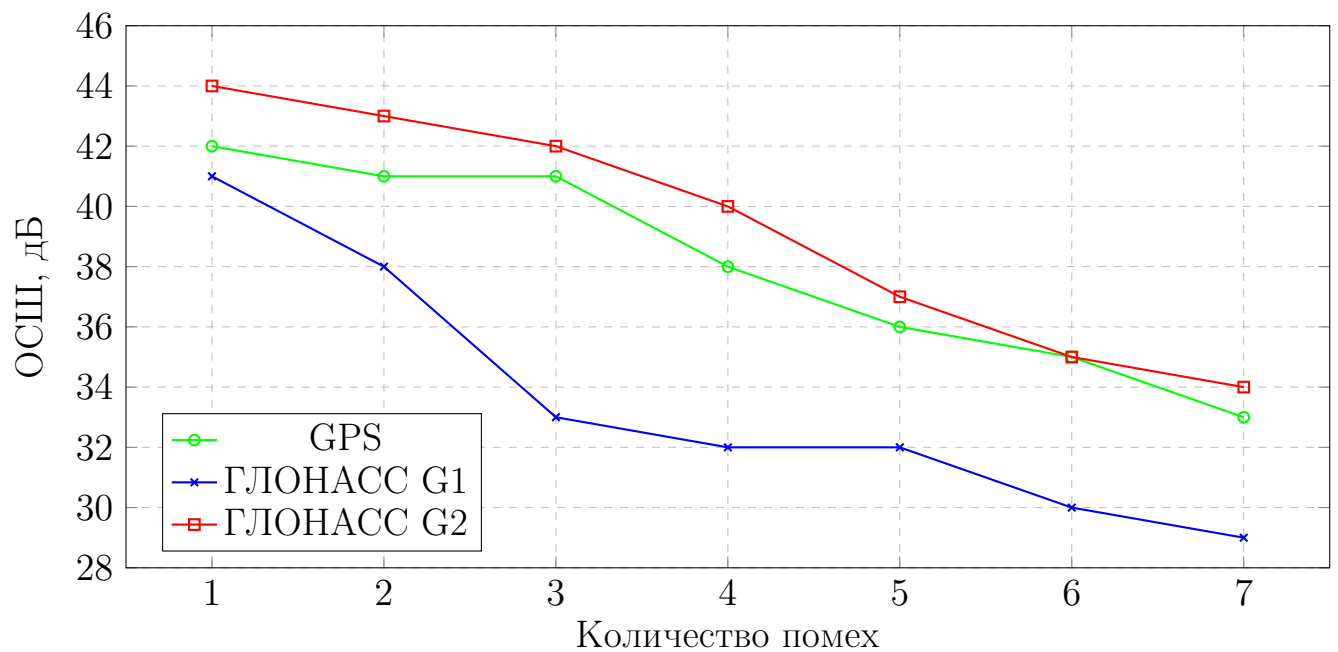


Рисунок 4.9 — Значения ОСШ, полученные при испытаниях АПК для различных спутниковых сигналов.

от полученных при моделировании, но при этом в их поведении наблюдается бо́льшая систематика и зависимость от числа помех, а также схожесть с поведением значений КП. По сравнению со случаем GPS, в изменении значений измерявшихся характеристик для сигналов ГЛОНАСС видны похожие тенденции, а сами значения оказываются несколько ниже для случая диапазона G1 и примерно такими же в случае сигналов G2.

Таким образом, предлагаемая реализация АПК была испытана в ходе экспериментов, условия проведения которых в достаточной мере соответствовали реальным условиям работы подобных устройств. Количество и длительности проведённых экспериментов были достаточными для получения достоверных результатов, имеющих заданную точность. Во всех экспериментах для всех сигнальных диапазонов построенный АПК обеспечил качественную компенсацию помех и корректное решение навигационной задачи. Это означает, что предлагаемая реализация АПК справляется со всеми поставленными задачами.

4.3.2 Анализ эффективности по введённым показателям

В ходе проведённых с предлагаемым АПК натурных экспериментов до ПВОС полезный спутниковый сигнал полностью подавлялся помехами, которые в максимально возможной степени компенсировались в результате обработки. В этой связи сложно проводить какой-либо анализ такой величины, как ОСШ в сигналах АПК до и после обработки. Поэтому анализ энергетической эффективности предложенного метода ПВОС следует в первую очередь основывать на рассмотрении значений ОСШ в сигналах АПК после обработки. Значения этой характеристики ПУ, полученные в результате проведения натурных экспериментов с предлагаемым АПК и представленные в предыдущем подразделе, в случае сигналов GPS L1 и ГЛОНАСС G2 в среднем совпадают с упомянутыми в главе 1 значениями ОСШ, считающимися средними среди значений, при которых качество работы радиотехнической системы является удовлетворительным, то есть около 40 дБ. В случае сигналов ГЛОНАСС G1 полученные значения ОСШ оказались несколько ниже. Тем не менее, факт успешного решения приёмником навигационной задачи свидетельствует о том, что такие значения ОСШ достаточны для корректной работы АПК. В таблице 15 и на рисунке 4.10 для сравнения приведены значения ОСШ, полученные во всех экспериментах с восьмиэлементной АР и одной помехой, проведённых в рамках данного исследования. Исключение составляют данные из главы 3, полученные с использованием четырёхэлементной АР. Из цифр, приведённых в данной таблице, также можно сделать вывод о том, что в среднем значения ОСШ, полученные при испытаниях предлагаемой реализации АПК, соответствуют типичным для данной характеристики энергетической эффективности обработки. Также из полученных в результате натурных экспериментов значений ОСШ и корректного определения приёмником своего местоположения следует, что предложенный способ ПВОС минимизирует вероятность возникновения ошибки в принятых системой навигационных сообщениях.

Эксперимент	ОСШ, дБ
Глава 2, линейная AP	47
Глава 2, кольцевая AP	48
Глава 3	45
Глава 4, модель	45
Глава 4, GPS	42
Глава 4, ГЛОНАСС G1	41
Глава 4, ГЛОНАСС G2	44

Таблица 15 — Сравнение значений ОСШ, полученных в разных экспериментах, проведённых в рамках данного исследования.

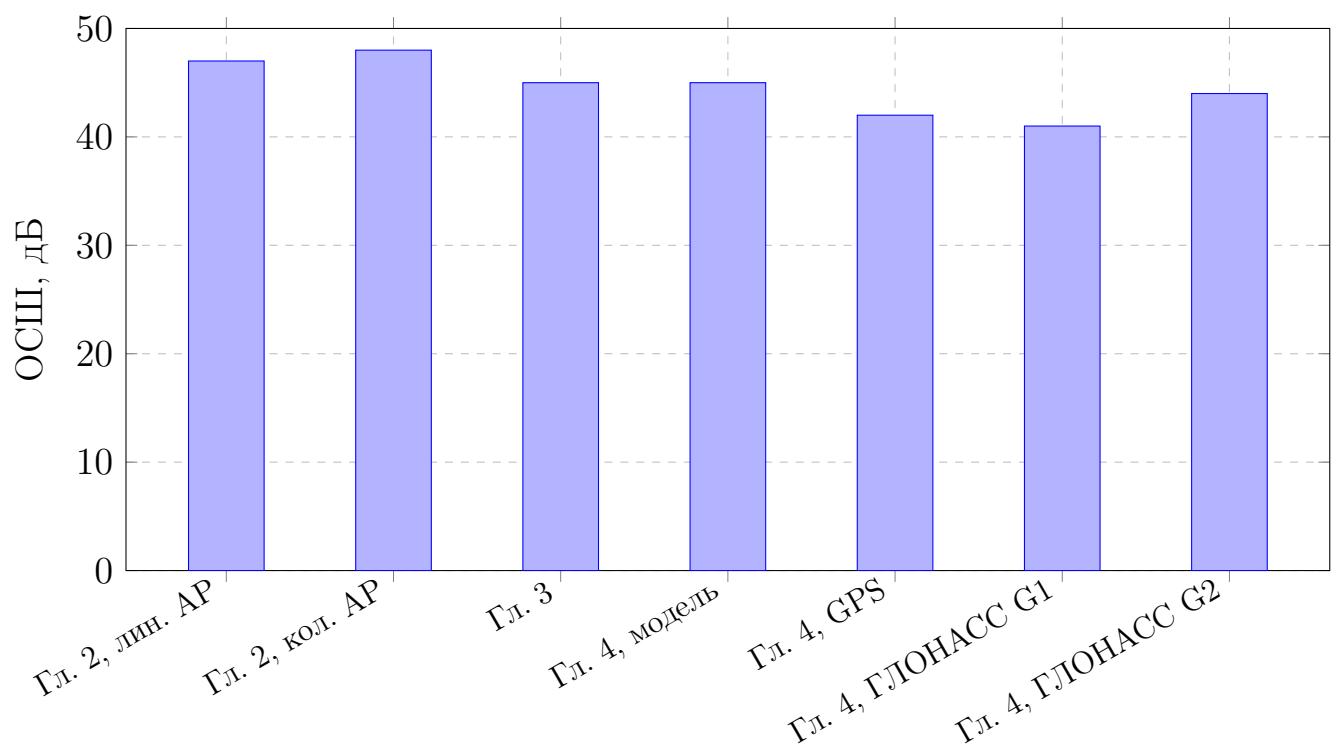


Рисунок 4.10 — Сравнение значений ОСШ, полученных в разных экспериментах, проведённых в рамках данного исследования.

Эксперимент	КП, дБ
Глава 2, линейная АР	29
Глава 2, кольцевая АР	30
Глава 3	38
Глава 4, модель	50
Глава 4, GPS	54
Глава 4, ГЛОНАСС G1	44
Глава 4, ГЛОНАСС G2	52

Таблица 16 — Сравнение значений КП, полученных в разных экспериментах, проведённых в рамках данного исследования.

Значения КП помех, полученные в ходе проведения натурных экспериментов и приведённые в предыдущем подразделе, также согласуются с типовыми значениями данной характеристики ПУ, указанными в главе 1. В таблице 16 и на рисунке 4.11 для сравнения приведены значения КП, полученные во всех экспериментах с восьмиэлементной АР и одной помехой, проведённых в рамках данной работы. В значениях КП из главы 3 и подраздела 4.1.2 сделана поправка на уровень шума АЦП в предложенной реализации АПК, равный примерно 20 дБ. Из данных цифр также можно сделать вывод о том, что в целом значения КП, полученные при испытаниях предлагаемой реализации АПК, соответствуют типичным для данной характеристики энергетической эффективности обработки. Таким образом, по результатам анализа значений энергетических характеристик обработки — ОСШ и КП — можно сделать вывод о том, что предложенный АПК обладает хорошей энергетической эффективностью.

Схема выполнения предлагаемого алгоритма ПВОС, представленная в таблице 11, состоит из трёх основных последовательных этапов: формирование выборочных КМ (строки 6–9), вычисление ВВК фильтра (строка 10) и применение полученного ВВК к входному сигналу (строки 11–14). С учётом того, что размерность вектора состояния фильтра составляет $(N - 1)N_T$, на первом этапе обработки, состоящем из 2 матричных умножений и 2 сложений, требуется выполнение $2((N - 1)N_T)^2 + 2(N - 1)N_T$ операций. Второй этап, включаю-

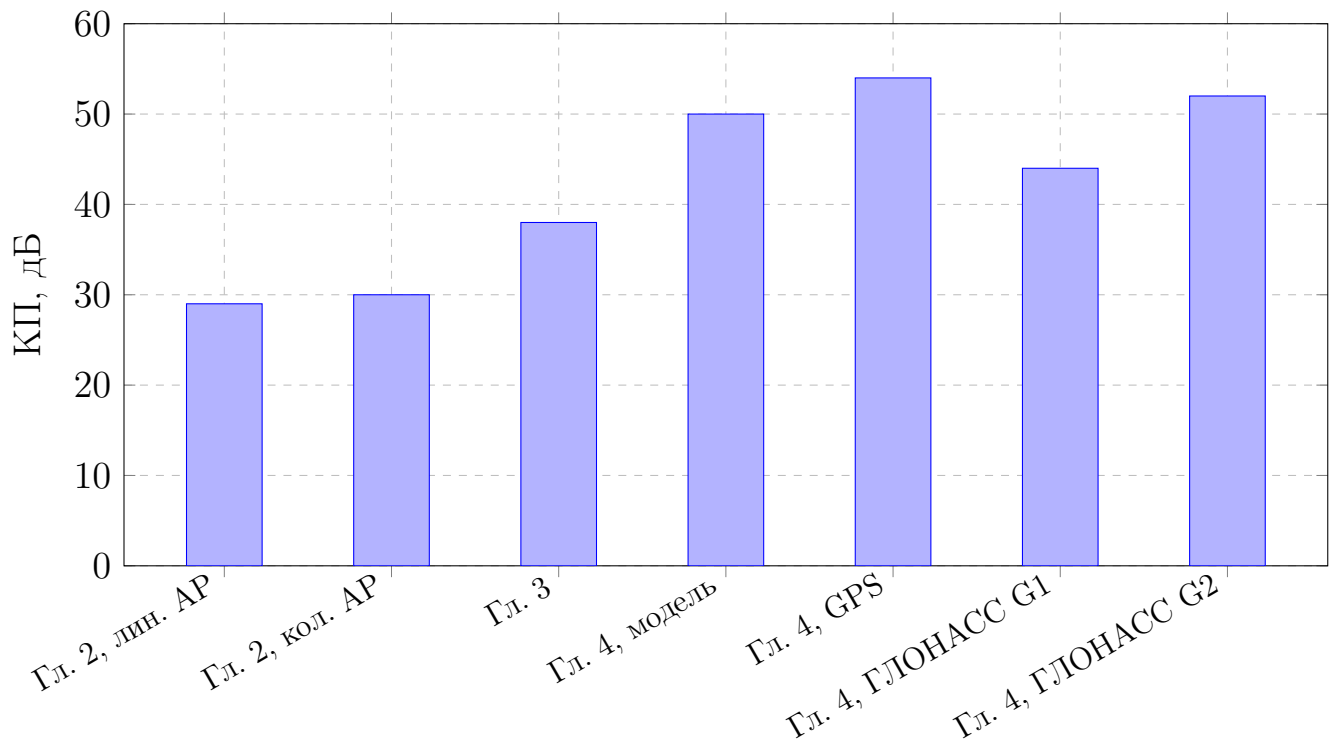


Рисунок 4.11 — Сравнение значений КП, полученных в разных экспериментах, проведённых в рамках данного исследования.

щий в себя обращение КМ и умножение результата на вектор, в самом общем случае имеет вычислительную сложность $O(((N-1)N_T)^3)$. Наконец, на третьем этапе, состоящем из скалярного произведения и сложения его результата с отсчётом опорного канала, необходимо выполнить $2(N-1)N_T$ операций. Таким образом, общая вычислительная сложность предложенного метода ПВОС составляет $O(((N-1)N_T)^3)$, что представляет собой стандартный результат для алгоритмов, устроенных подобным образом. Как можно видеть из данных по использованию реализацией данного алгоритма ПВОС ресурсов выбранной ПЛИС, приведённых в таблице 13, при использованных значениях параметров алгоритма его реализация успешно помещается в выбранной интегральной схеме. При увеличении числа АЭ или временных отводов пространственно-временного фильтра использование алгоритмом ресурсов ПЛИС так же возрастёт и в таком случае потребуются заменить используемую интегральную схему на более вместительную. Самый большой объём вычислений в этой схеме, очевидно, занимает операция обращения КМ входного сигнала. Использование АР с

особой геометрией — например, линейных или кольцевых — позволяет снизить вычислительную сложность за счёт применения специальных алгоритмов построения и обращения выборочных КМ, подробно описанных в главе 2 данной работы.

4.4 Выводы по главе 4

1. Предложен аппаратно-программный комплекс обработки сигналов, обеспечивающий корректное позиционирование в условиях помехового воздействия. В качестве метода фильтрации сигналов взят модифицированный алгоритм пространственно-временной обработки, оптимизированный для удобства реализации. С целью предварительной проверки работоспособности аппаратно-программного комплекса построена его модель в виде группы программ для ЭВМ. По результатам машинных экспериментов с построенной моделью в различных помеховых обстановках показана её корректность и возможность построения аппаратно-программного комплекса обработки сигналов на её основе. В контексте решаемой задачи предложенный алгоритм пространственно-временной обработки также имеет явную теоретическую значимость.
2. Рассмотрены различные устройства отечественного и зарубежного производства, потенциально подходящие в качестве комплектующих для предлагаемого аппаратно-программного комплекса. По результатам анализа приведённых устройств сделан вывод о большей перспективности реализации предлагаемого комплекса с использованием импортной элементной базы. Предложены конкретные устройства, реализующие каждый из отдельных этапов сигнальной обработки.
3. Проведены натурные эксперименты с построенным аппаратно-программным комплексом в различных помеховых обстановках. Результа-

ты экспериментов свидетельствуют о корректной работе предлагаемого комплекса при одновременном воздействии разного количества помех, а также о достижении им энергетического выигрыша при обработке по сравнению с типовыми значениями соответствующих характеристик, в том числе приведённых в предыдущих главах работы. Этим обуславливается наличие у построенного аппаратно-программного комплекса практической значимости, а в совокупности с предложенной моделью сигнальной обработки он обладает также научной новизной. Таким образом, по результатам исследования, описанного в данной главе, решена третья задача работы.

Заключение

В данной диссертационной работе были выполнены разработка и исследование новых методов и алгоритмов повышения помехоустойчивости спутниковых навигационных систем путём пространственной обработки сигналов. При экспериментах разработанные методы и алгоритмы продемонстрировали свою действенность по сравнению с известными методами и алгоритмами, выражающуюся в количественных характеристиках энергетической эффективности и вычислительной сложности обработки.

В результате выполнения вышеописанных исследований были решены все поставленные задачи работы и достигнута её цель.

Основные результаты работы заключаются в следующем:

1. Построена новая формула для выборочного приближения корреляционной матрицы многоканального входного сигнала радиотехнической системы с кольцевой антенной решёткой как эрмитовой циркулянтной матрицы, основанная на известных результатах по качественной выборочной аппроксимации корреляционных матриц особых видов, учитывающая геометрию антенной решётки и взаимное расположение антенных элементов. Корректность применения построенной формулы подтверждена результатами компьютерного моделирования.
2. Предложен алгоритм обращения эрмитовых тёплицевых матриц, основанный на модификации алгоритма Барайсса для обращения вещественных матриц и предназначенный для применения при решении задач адаптации антенных решёток и построения весовых коэффициентов их фильтров. Подсчитана вычислительная сложность предложенного алгоритма и проведено её сравнение с количеством операций, необходимых для выполнения других известных алгоритмов обращения, применяемых в задачах адаптации антенных решёток особых видов. Вычислительные сложности всех рассмотренных алгоритмов представля-

ют собой кубические функции от порядка обращаемой матрицы, однако в случае предложенного метода обращения постоянные множители, входящие в выражения для количества выполняемых операций, оказываются меньше, чем у других алгоритмов. За счёт использования предложенного алгоритма обращения при построении весовых коэффициентов цифровых фильтров достигается выигрыш по быстродействию, который можно оценить в 15–30%, что подтверждается результатами компьютерного моделирования.

3. Предложены алгоритмы пространственной обработки в частотной области, основанные на выражениях, задающих различные варианты оптимальных пространственных фильтров. Один из предложенных алгоритмов предназначен для проведения обработки в условиях отсутствия априорной информации об окружающей радиотехническую систему помеховой обстановке. Остальные алгоритмы рассчитаны на обработку с учётом наличия сведений о числе действующих источников помех и их расположении относительно приёмной системы. Также предложены различные дополнительные алгоритмы, обеспечивающие корректную работу приведённых методов обработки в частотной области. Среди них — методы определения числа источников помех, угловых направлений на них, а также алгоритмы оптимизации целевых функций для поиска относительного положения источников помех. В частности, предложен метод определения числа помеховых сигналов, основанный на подсчёте собственных чисел корреляционной матрицы входного сигнала, превосходящих некоторое пороговое значение. Предложенные алгоритмы работают корректно и обеспечивают достижение энергетического выигрыша, который можно оценить в 5–10 дБ по сравнению с типичными значениями показателей цифровой фильтрации. Из алгоритмов с наилучшими характеристиками работы можно составить один целостный многоэтапный метод обработки, обеспечивающий повышение её совокупного качества.

4. Предложен аппаратно-программный комплекс обработки сигналов, обеспечивающий корректное позиционирование в условиях помехового воздействия. В качестве метода фильтрации сигналов взят модифицированный алгоритм пространственно-временной обработки, оптимизированный для удобства реализации. С целью предварительной проверки работоспособности аппаратно-программного комплекса построена его модель в виде группы программ для ЭВМ. По результатам машинных экспериментов с построенной моделью в различных помеховых обстановках показана её корректность и возможность построения аппаратно-программного комплекса обработки сигналов на её основе.
5. Рассмотрены различные устройства отечественного и зарубежного производства, потенциально подходящие в качестве комплектующих для предлагаемого аппаратно-программного комплекса. По результатам анализа приведённых устройств сделан вывод о большей перспективности реализации предлагаемого комплекса с использованием импортной элементной базы. Предложены конкретные устройства, реализующие каждый из отдельных этапов сигнальной обработки. Проведены натурные эксперименты с построенным аппаратно-программным комплексом в различных помеховых обстановках. Результаты экспериментов свидетельствуют о корректной работе предлагаемого комплекса при одновременном воздействии разного количества помех, а также о достижении им энергетического выигрыша при обработке по сравнению с типовыми значениями соответствующих характеристик, в том числе приведённых в первых главах работы.

Список сокращений и условных обозначений

ГНСС	— глобальная навигационная спутниковая система
ПУ	— помехоустойчивость
GPS	— Global positioning system
ГЛОНАСС	— глобальная навигационная спутниковая система
PDOP	— position dilution of precision
МДЧР	— множественный доступ с частотным разделением
ПСП	— псевдослучайная последовательность
МКДР	— множественный доступ с кодовым разделением
АБГШ	— аддитивный белый гауссовский шум
ОСШ	— отношение сигнал/шум
ОНШ	— отношение несущая/шум
ОСПШ	— отношение сигнал/помеха плюс шум
КП	— коэффициент подавления
ШПС	— широкополосный сигнал
ППРЧ	— псевдослучайная перестройка рабочей частоты
СФ	— согласованный фильтр
ВОС	— binary offset carrier
АЦП	— аналого-цифровой преобразователь
КИХ-фильтр	— фильтр с конечной импульсной характеристикой
ВВК	— вектор весовых коэффициентов
СКО	— среднеквадратическое отклонение
КМ	— корреляционная матрица
ПОС	— пространственная обработка сигналов
АР	— антенная решётка
АЭ	— антенный элемент
ДН	— диаграмма направленности
MPDR	— minimum power distortionless response

MVDR — minimum variance distortionless response

ПВОС — пространственно-временная обработка сигналов

ДПФ — дискретное преобразование Фурье

БПФ — быстрое преобразование Фурье

ЦОС — цифровая обработка сигналов

ЭВМ — электронная вычислительная машина

Алгоритм ВТ — алгоритм Воеводина и Тиртышникова

БЭК — безэховая экранированная камера

ПЛИС — программируемая логическая интегральная схема

LCMP — linear constrained minimum power

LCMV — linear constrained minimum variance

AIC — Akaike information criterion

MDL — minimum description length

MAD — mean absolute deviation

MUSIC — multiple signal classification

ВФ — время фильтрации

ВО — время оптимизации

ГС — градиентный спуск

РЧ — рой частиц

РС — рой салып

ПНП — помехозащищённый навигационный приёмник

СБИС — сверхбольшая интегральная схема

ЦАП — цифро-аналоговый преобразователь

ПТ — плата трансивера

Список литературы

1. *Гарин, Е. Н.* Совершенствуя систему ГЛОНАСС: вклад военного учебного центра при СФУ в развитие навигационных систем / Е. Н. Гарин, А. Б. Гладышев, Д. Д. Дмитриев // Вестник военного образования. — 2024. — 4(49). — С. 80—84.
2. *Вокин, Г. Г.* Концептуальные основы создания оружия нового класса — дистанционно-кибернетического оружия / Г. Г. Вокин, М. И. Макаров // Военная мысль. — 2020. — № 8. — С. 117—125.
3. *Tsui, J. B.-Y.* Fundamentals of Global Positioning System Receivers: A Software Approach / J. B.-Y. Tsui. — 2nd ed. — John Wiley & Sons, 2005. — 352 p.
4. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / под ред. А. И. Перова, В. Н. Харисова. — 4-е изд. — М. : Радиотехника, 2010. — 800 с.
5. *Sabatini, M.* Navigation issues in different baseline formation flying missions / M. Sabatini, G. B. Palmerini // 2009 IEEE Aerospace conference. — Big Sky, MT, USA, 03/07/2009—03/14/2009. — P. 1—11.
6. Состав и состояние орбитальной группировки ГЛОНАСС [Электронный ресурс] / Прикладной потребительский центр ГЛОНАСС. — URL: <https://glonass-iac.ru/glonass/sostavOG> (дата обр. 23.08.2024).
7. Мгновенная доступность навигации наземного потребителя ГЛОНАСС [Электронный ресурс] / Прикладной потребительский центр ГЛОНАСС. — URL: <https://glonass-iac.ru/glonass/Now/> (дата обр. 19.01.2025).
8. *Кружков, Д. М.* Отечественная глобальная навигационная спутниковая система ГЛОНАСС: особенности создания, развития и использования / Д. М. Кружков, В. В. Пасынков ; под ред. М. Н. Красильщикова. — М. : Издательство МАИ, 2022. — 112 с.

9. *Misra, P.* Global Positioning System: Signals, Measurements, and Performance / P. Misra, P. Enge. — 2nd ed. — Ganga-Jamuna Press, 2006. — 569 p.
10. *Hofmann-Wellenhof, B.* GNSS — Global Navigation Satellite Systems: GPS, GLONASS, Galileo, and more / B. Hofmann-Wellenhof, H. Lichtenegger, E. Wasle. — Springer, 2008. — 516 p.
11. A Software-Defined GPS and Galileo Receiver: A Single-Frequency Approach / K. Borre [et al.]. — Boston : Birkhäuser, 2007. — 176 p.
12. *Franks, L. E.* Signal Theory / L. E. Franks. — Prentice-Hall, 1969. — 317 p.
13. Adaptive Interference Mitigation in GNSS / R. Wu [et al.]. — Springer, 2018. — 274 p.
14. A Survey on Coping With Intentional Interference in Satellite Navigation for Manned and Unmanned Aircraft / R. Morales-Ferre [et al.] // IEEE Communications Surveys & Tutorials. — 2020. — Vol. 22, issue 1. — P. 249—291.
15. Помехозащищённость систем радиосвязи с расширением спектра сигналов методом псевдослучайной перестройки рабочей частоты / В. И. Борисов [и др.]. — М. : Радио и связь, 2000. — 384 с.
16. *Чуднов, А. М.* Математические основы моделирования, анализа и синтеза систем / А. М. Чуднов. — СПб. : ВАС, 2021. — 192 с.
17. *Чуднов, А. М.* Анализ помехозащищённости обмена данными группы беспилотных летательных аппаратов в условиях оптимизированных помех / А. М. Чуднов, Б. И. Положинцев, Я. В. Кичко // Радиотехника. — 2022. — Т. 86, № 12. — С. 33—46. — URL: <http://radiotec.ru/ru/journal/Radioengineering/number/2022-12/article/23109>.
18. Protecting GNSS Receivers From Jamming and Interference / G. X. Gao [et al.] // Proceedings of the IEEE. — 2016. — Vol. 104, issue 6. — P. 1327—1338.

19. *Franceschetti, M.* Random Networks for Communication: From Statistical Physics to Information System / M. Franceschetti, R. Meester. — Cambridge University Press, 2008. — 196 p.
20. *Ипатов, В. П.* Широкополосные системы и кодовое разделение сигналов. Принципы и приложения / В. П. Ипатов. — М. : Техносфера, 2007. — 488 с.
21. *Варакин, Л. Е.* Системы связи с шумоподобными сигналами / Л. Е. Варакин. — М. : Радио и связь, 1985. — 384 с.
22. *Torrieri, D.* Principles of Spread-Spectrum Communication Systems / D. Torrieri. — 5th ed. — Springer, 2022. — 710 p.
23. *Ярлыков, М. С.* Оптимальный и квазиоптимальный приём ВОС-сигналов на основе алгоритмов с переприсвоением в перспективных глобальных навигационных спутниковых системах / М. С. Ярлыков // Радиотехника и электроника. — 2022. — Т. 67, № 5. — С. 454—484.
24. GNSS Software Receivers / ed. by K. Borre [et al.]. — 1st ed. — Cambridge University Press, 2022. — 323 p.
25. *Мазурков, М. И.* Системы широкополосной связи / М. И. Мазурков. — О. : Наука и техника, 2009. — 344 с.
26. *Блейхут, Р.* Теория и практика кодов, контролирующих ошибки / Р. Блейхут. — М. : Мир, 1986. — 576 с.
27. *Morelos-Zaragoza, R. H.* The Art of Error Correcting Coding / R. H. Morelos-Zaragoza. — 2nd ed. — John Wiley & Sons, 2006. — 263 p.
28. *Коржик, В. И.* Помехоустойчивое кодирование дискретных сообщений в каналах со случайной структурой / В. И. Коржик, Л. М. Финк. — М. : Связь, 1975.
29. *Банкет, В. Л.* Цифровые методы в спутниковой связи / В. Л. Банкет, В. М. Дорофеев. — М. : Радио и связь, 1988. — 240 с.

30. *Джиган, В. И.* Адаптивная фильтрация сигналов: теория и алгоритмы / В. И. Джиган. — М. : Техносфера, 2013. — 528 с.
31. *Монзинго, Р. А.* Адаптивные антенные решётки: введение в теорию / Р. А. Монзинго, Т. У. Миллер. — М. : Радио и связь, 1986. — 448 с.
32. *Van Trees, H. L.* Optimum Array Processing. Part IV of Detection, Estimation, and Modulation Theory / H. L. Van Trees. — New York : John Wiley & Sons, 2002. — 1443 p.
33. *Hudson, J. E.* Adaptive Array Principles / J. E. Hudson. — The Institution of Engineering & Technology, 1981. — 268 p.
34. *Fante, R. L.* Wideband cancellation of interference in a GPS receive array / R. L. Fante, J. J. Vaccaro // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. — 2000. — Vol. 36, no. 2. — P. 549—564.
35. *Melvin, W. L.* A STAP overview / W. L. Melvin // IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine. — 2004. — Vol. 19, no. 1. — P. 19—35.
36. *Малозёмов, В. Н.* Основы дискретного гармонического анализа / В. Н. Малозёмов, С. М. Машарский. — СПб. : Издательство «Лань», 2012. — 304 с.
37. *Gupta, I. J.* Space-frequency adaptive Processing (SFAP) for radio frequency interference mitigation in spread-spectrum receivers / I. J. Gupta, T. D. Moore // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. — 2004. — Vol. 52, no. 6. — P. 1611—1615.
38. *Ширман, Я. Д.* Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех / Я. Д. Ширман, В. Н. Манжос. — М. : Радио и связь, 1981. — 416 с.
39. *Sklar, J. R.* Interference Mitigation Approaches for the Global Positioning System / J. R. Sklar // Lincoln Laboratory Journal. — 2003. — Vol. 14, no. 2. — P. 167—180.

40. ГЛОНАСС. Модернизация и перспективы развития / под ред. А. И. Перова. — М. : Радиотехника, 2020. — 1072 с.
41. Варгаузин, В. А. Методы повышения энергетической и спектральной эффективности цифровой радиосвязи / В. А. Варгаузин, И. А. Цикин. — СПб. : БХВ-Петербург, 2013. — 352 с.
42. Бахвалов, Н. С. Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. — 9-е изд. — М. : Лаборатория знаний, 2020. — 636 с.
43. Глушанков, Е. И. Анализ качества алгоритмов адаптивной пространственной и пространственно-частотной фильтрации сигналов в системах спутниковой навигации / Е. И. Глушанков, В. И. Царик // Труды учебных заведений связи. — 2022. — Т. 8, № 3. — С. 37—43.
44. Глушанков, Е. И. Прямые методы адаптации линейных и кольцевых антенных решеток в навигационных спутниковых системах / Е. И. Глушанков, В. И. Царик // Известия высших учебных заведений России. Радиоэлектроника. — 2023. — Т. 26, № 1. — С. 6—16.
45. Глушанков, Е. И. Адаптивная пространственная фильтрация сигналов в четырёхэлементной антенной решётке / Е. И. Глушанков, В. И. Царик // «Подготовка профессиональных кадров в магистратуре для цифровой экономики» (ПКМ-2021). — Санкт-Петербург, 30.11.2021—02.12.2021. — С. 60—63.
46. Глушанков, Е. И. Анализ алгоритмов адаптивной пространственной фильтрации сигналов в кольцевой антенной решётке / Е. И. Глушанков, В. И. Царик // «Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании» (АПИНО 2022). — Санкт-Петербург, 15.02.2022—16.02.2022. — С. 149—154.
47. Глушанков, Е. И. Прямые методы адаптивной пространственной фильтрации в кольцевых антенных решётках / Е. И. Глушанков, В. И. Царик // «Подготовка профессиональных кадров в магистратуре

- туре для цифровой экономики» (ПКМ-2022). — Санкт-Петербург, 06.12.2022—08.12.2022. — С. 149—153.
48. *Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ. Моделирование пространственной обработки спутниковых навигационных сигналов в среде MATLAB с аппроксимацией выборочных корреляционных матриц [Текст] / В. И. Царик, Е. И. Глушанков, К. А. Родина. — № 2024668269 ; опубл. 06.08.2024 (Рос. Федерация).*
 49. *Семеняка, А. В. О методах оценивания тёплицевых корреляционных матриц в задачах адаптивной пространственно-временной обработки сигналов / А. В. Семеняка, Д. С. Рачков, Д. И. Леховицкий // Прикладная радиоэлектроника. — 2011. — Т. 10, № 4. — С. 441—447.*
 50. *Xu, H. An SDR-Based Real-Time Testbed for GNSS Adaptive Array Anti-Jamming Algorithms Accelerated by GPU / H. Xu, X. Cui, M. Lu // Sensors. — 2016. — Vol. 16, no. 356. — P. 1—33.*
 51. *Carlson, B. D. Covariance matrix estimation errors and diagonal loading in adaptive arrays / B. D. Carlson // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. — 1988. — Vol. 24, issue 4. — P. 397—401.*
 52. *Brennan, L. Adaptive arrays in airborne MTI radar / L. Brennan, J. Mallett, I. Reed // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. — 1976. — Vol. 24, no. 5. — P. 607—615.*
 53. *Adaptation of Antenna Arrays with Using Correlation Matrices of a Special Types / E. I. Glushankov [et al.] // 2021 Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SYNCHROINFO). — Kaliningrad, Russia, 06/30/2021—07/02/2021. — P. 1—5.*
 54. *Aldrovandi, R. Special matrices of mathematical physics: stochastic, circulant and Bell matrices / R. Aldrovandi. — World Scientific, 2001. — 323 p.*
 55. *Davis, P. J. Circulant matrices / P. J. Davis. — John Wiley & Sons, 1979. — 250 p.*

56. *Bernstein, D. S.* Matrix mathematics: theory, facts, and formulas / D. S. Bernstein. — 2nd ed. — Princeton University Press, 2009. — 1059 p.
57. *Blahut, R. E.* Fast Algorithms for Signal Processing / R. E. Blahut. — New York : Cambridge University Press, 2010. — 453 p.
58. *Новиков, Н. С.* Численные алгоритмы решения уравнения И. М. Гельфанда — Б. М. Левитана — М. Г. Крейна : дис. ... канд. физ.-мат. наук : 01.01.07 / Н. С. Новиков. — Новосибирск, 2018. — 119 с.
59. *Heinig, G.* Fast algorithms for Toeplitz and Hankel matrices / G. Heinig, K. Rost // Linear Algebra and its Applications. — 2011. — Vol. 435, issue 1. — P. 1—59.
60. *Воеводин, В. В.* Вычислительные процессы с тёплицевыми матрицами / В. В. Воеводин, Е. Е. Тыртышников. — М. : Наука, 1987. — 320 с.
61. *Heinig, G.* Split algorithms for hermitian Toeplitz matrices with arbitrary rank profile / G. Heinig, K. Rost // Linear Algebra and its Applications. — 2004. — Vol. 392. — P. 235—253.
62. *Гохберг, И. Ц.* Об обращении конечных тёплицевых матриц и их континуальных аналогов / И. Ц. Гохберг, А. А. Семенцул // Математические исследования. — 1972. — Т. VII, 2(24). — С. 201—223.
63. *Bareiss, E. H.* Numerical solution of linear equations with Toeplitz and Vector Toeplitz matrices / E. H. Bareiss // Numerische Mathematik. — 1969. — Vol. 13, issue 5. — P. 404—424.
64. On the Stability of the Bareiss and Related Toeplitz Factorization Algorithms / A. W. Bojanczyk [et al.] // SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications. — 1995. — Vol. 16, issue 1. — P. 40—57.
65. *Brent, R. P.* Stability of Fast Algorithms for Structured Linear Systems / R. P. Brent // Fast Reliable Algorithms for Matrices with Structure / ed. by T. Kailath, A. H. Sayed. — Philadelphia : SIAM, 1999. — P. 103—116.

66. *Bifano, A.* Multiuser detector for hybrid CDMA systems based on the Bareiss algorithm / A. Bifano, V. Rampa // Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2005 (ICASSP '05). Vol. 3. — Philadelphia, PA, USA, 03/23/2005. — P. iii/909—iii/912.
67. *Sweet, D. R.* Numerical methods for Toeplitz matrices : A thesis ... Doctor of Philosophy / D. R. Sweet. — Adelaide, 1982. — 274 p.
68. *Sharawi, M. S.* GPS C/N₀ estimation in the presence of interference and limited quantization levels / M. S. Sharawi, D. M. Akos, D. N. Aloï // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. — 2007. — Vol. 43, issue 1. — P. 227—238.
69. *Царик, В. И.* Методы пространственной обработки спутниковых навигационных сигналов в частотной области / В. И. Царик // Труды учебных заведений связи. — 2024. — Т. 10, № 6. — С. 34—44.
70. *Глушанков, Е. И.* Алгоритмы пространственно-частотной обработки сигналов в антенных решётках / Е. И. Глушанков, В. И. Царик // «Технологии информационного общества». — Москва, 02.03.2022—03.03.2022. — С. 91—92.
71. *Glushankov, E. I.* Space-Frequency Beamforming Algorithms Comparison with a Circular Antenna Array / E. I. Glushankov, V. I. Tsarik // 2023 Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications. — Moscow, Russian Federation, 2023. — P. 1—5.
72. *Царик, В. И.* Сравнение методов определения числа источников помех при адаптации антенных решёток / В. И. Царик // «Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании» (АПИНО 2024). — Санкт-Петербург, 27.02.2024—28.02.2024. — С. 465—469.
73. *Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ.* Моделирование пространственно-частотной обработки спутниковых навигационных сигналов в среде MATLAB [Текст] / В. И. Царик, Е. И. Глушанков, К. А. Родина. — № 2024668095 ; опубл. 01.08.2024 (Рос. Федерация).

74. Данфорд, Н. Линейные операторы. Спектральная теория. Самосопряжённые операторы в гильбертовом пространстве / Н. Данфорд, Д. Т. Шварц. — М. : Мир, 1966. — 1063 с.
75. Swindlehurst, A. L. Azimuth/elevation direction finding using regular array geometries / A. L. Swindlehurst, T. Kailath // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. — 1993. — Vol. 29, no. 1. — P. 145—156.
76. Shah, A. A. Determination of the dimension of a signal subspace from short data records / A. A. Shah, D. W. Tufts // IEEE Transactions on Signal Processing. — 1994. — Vol. 42, no. 9. — P. 2531—2535.
77. Мониторинг помеховой обстановки на базе помехоустойчивой адаптивной антенной решётки / А. В. Пастухов [и др.] // Новости навигации. — 2015. — № 2. — С. 8—11.
78. Xu, D. A Comprehensive Survey of Clustering Algorithms / D. Xu, Y. Tian // Annals of Data Science. — 2015. — Vol. 2. — P. 165—193.
79. Ruppert, D. Statistics and Data Analysis for Financial Engineering / D. Ruppert, D. S. Matteson. — 2nd ed. — New York : Springer, 2015. — 719 p.
80. Фролов, А. Н. Краткий курс теории вероятностей и математической статистики / А. Н. Фролов. — СПб. : Издательство «Лань», 2022. — 304 с.
81. isoutlier - Find outliers in data - MATLAB [Электронный ресурс] / MathWorks Help Center. — URL: <https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/isoutlier.html> (visited on 10/25/2024).
82. Mathews, C. P. Eigenstructure techniques for 2-D angle estimation with uniform circular arrays / C. P. Mathews, M. D. Zoltowski // IEEE Transactions on Signal Processing. — 1994. — Vol. 42, no. 9. — P. 2395—2407.
83. Gentilho, E. Direction-of-Arrival Estimation Methods: A Performance-Complexity Tradeoff Perspective / E. Gentilho, P. R. Scalassara, T. Abrão // Journal of Signal Processing Systems. — 2020. — Vol. 92. — P. 239—256.

84. *Гавурин, М. К.* Экстремальные задачи с линейными ограничениями / М. К. Гавурин, В. Н. Малозёмов. — Л. : Издательство Ленинградского университета, 1984. — 176 с.
85. *Аттетков, А. В.* Методы оптимизации: учебник для вузов / А. В. Аттетков, С. В. Галкин, В. С. Зарубин ; под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко. — 2-е изд. — М. : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2003. — 440 с.
86. Salp Swarm Algorithm: A bio-inspired optimizer for engineering design problems / S. Mirjalili [et al.] // *Advances in Engineering Software*. — 2017. — Vol. 114. — P. 163—191.
87. *Pedersen, M. E. H.* Simplifying Particle Swarm Optimization / M. E. H. Pedersen, A. J. Chipperfield // *Applied Soft Computing*. — 2010. — Vol. 10, issue 2. — P. 618—628.
88. Salp swarm algorithm: a comprehensive survey / L. Abualigah [et al.] // *Neural Computing and Applications*. — 2020. — Vol. 32. — P. 11195—11215.
89. *Houssein, E. H.* Salp Swarm Algorithm: A Comprehensive Review / E. H. Houssein, I. E. Mohamed, Y. M. Wazery // *Applications of Hybrid Metaheuristic Algorithms for Image Processing* / ed. by D. Oliva, S. Hinojosa. — Springer, 2020. — P. 285—308.
90. particleswarm - Particle swarm optimization - MATLAB [Электронный ресурс] / MathWorks Help Center. — URL: <https://www.mathworks.com/help/gads/particleswarm.html> (visited on 10/25/2024).
91. *Mirjalili, S.* SSA: Salp Swarm Algorithm [Электронный ресурс] / S. Mirjalili ; MATLAB Central File Exchange. — URL: <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/63745-ssa-salp-swarm-algorithm> (visited on 10/25/2024).

92. *Reed, I. S.* Rapid Convergence Rate in Adaptive Arrays / I. S. Reed, J. D. Mallett, L. E. Brennan // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. — 1974. — Vol. AES—10, issue 6. — P. 853—863.
93. fft - Fast Fourier transform - MATLAB [Электронный ресурс] / MathWorks Help Center. — URL: <https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/fft.html> (visited on 10/31/2024).
94. *Глушанков, Е. И.* Практическая реализация пространственно-временной фильтрации спутниковых навигационных сигналов в реальном времени / Е. И. Глушанков, В. И. Царик // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. — 2023. — Т. 26, № 2. — С. 64—69.
95. *Tsarik, V. I.* Constrained Adaptive Arrays for Narrow-Band GNSS Signal Receivers / V. I. Tsarik, V. I. Djigan // 2023 IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS). — Batumi, Georgia, 2023. — P. 1—5.
96. *Tsarik, V. I.* FPGA/ARM Design of Multibeam Adaptive Array for GNSS Receiver / V. I. Tsarik, D. A. Bitsulia, V. I. Djigan // 2024 IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS). — Yerevan, Armenia, 2024. — P. 1—5.
97. Разработка программ для проведения экспериментов и моделей для исследования адаптивных антенн в перспективном диапазоне частот. Этап 2. Разработка программы проведения натурных экспериментов с адаптивными антеннами и их элементами в перспективных диапазонах частот : отчёт о НИР / В. И. Царик [и др.]. — № ГР 222101200013-0. — СПб. : ООО «ЭЙРТЭГО», 2022. — 59 с.
98. Разработка программ для проведения экспериментов и моделей для исследования адаптивных антенн в перспективном диапазоне частот. Этап 3. Проведение исследований адаптивных антенн и их элементов в перспективных диапазонах частот с применением разработанных моделей : отчёт о НИР / В. И. Царик [и др.]. — № ГР 222122700045-1. — СПб. : ООО «ЭЙРТЭГО», 2022. — 150 с.

99. Проведение натурных экспериментов с макетным образцом адаптивной восьмиэлементной цифровой антенной решетки. Этап 1 : отчёт о НИР / В. И. Царик [и др.]. — № ГР 223121900011-6. — СПб. : ООО «ЭЙРТЭГО», 2023. — 69 с.
100. Проведение натурных экспериментов с макетным образцом адаптивной восьмиэлементной цифровой антенной решетки. Этап 2. Исследование возможностей применения отечественной элементной базы для разработки макетного образца адаптивной восьмиэлементной цифровой антенной решетки в перспективном диапазоне частот : отчёт о НИР / В. И. Царик [и др.]. — № ГР 224011600282-6. — СПб. : ООО «ЭЙРТЭГО», 2023. — 68 с.
101. *Тихонов, В. И.* Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем / В. И. Тихонов, В. Н. Харисов. — М. : Радио и связь, 1991. — 608 с.
102. Eigen [Электронный ресурс] / Eigen.tuxfamily.org. — URL: <https://eigen.tuxfamily.org/> (visited on 11/15/2024).
103. Состояние и перспективы развития интегральных схем программно-конфигурируемых радиочастотных приемопередатчиков / Е. М. Савченко [и др.] // Сборник трудов VIII Всероссийской научно-технической конференции «Электроника и микроэлектроника СВЧ». — Санкт-Петербург, ФГАОУВО СПбГЭУ ЛЭТИ им. В.И. Ульянова (Ленина), 2019. — С. 15—20.
104. *Осипов, В.* Применение СнК 1879ВЯ1Я в качестве многоканального амплитудного анализатора цифрового спектрометрического тракта / В. Осипов // Электроника НТБ. — 2019. — Вып. 1. — С. 82—87.
105. *Ландышев, С.* СБИС 1879ВЯ1Я. Обработка шумоподобных сигналов / С. Ландышев, М. Клименко // Электроника НТБ. — 2018. — Вып. 1. — С. 102—108.

106. *Клименко, М.* Подавление узкополосных помех в сигналах ГНСС с помощью КИХ-фильтров / М. Клименко // Электроника НТБ. — 2016. — Вып. 2. — С. 112—119.
107. UltraScale Architecture and Product Data Sheet: Overview [Электронный ресурс] / AMD. — Version v4.5. — 03/04/2024. — URL: <https://docs.amd.com/v/u/en-US/ds890-ultrascale-overview> (visited on 10/29/2024).
108. *Vansteenkiste, E.* Analyzing the Divide between FPGA Academic and Commercial Results / E. Vansteenkiste, A. Kaviani, H. Fraisse // 2015 International Conference on Field Programmable Technology (FPT). — Queenstown, New Zealand, 2015. — P. 96—103.
109. Performance Evaluation of FIR Filter After Implementation on Different FPGA and SOC and Its Utilization in Communication and Network / B. Pandey [et al.] // Wireless Personal Communications. — 2017. — Vol. 95. — P. 375—389.
110. AD9364 Datasheet and Product Info [Электронный ресурс] / Analog Devices. — URL: <https://www.analog.com/en/products/ad9364.html> (visited on 10/29/2024).
111. Concept of an SDR radio transceiver for HyperSat microsatellite platform / S. Hanasz [et al.] // Proceedings of SPIE, Volume 11176: Photonics Applications in Astronomy, Communications, Industry, and High-Energy Physics Experiments. — Wilga, Poland, 2019. — 111763G.
112. Self-calibrating highly integrated radio frequency front-end for parallel $\pi/4$ DQPSK decoding / M. Wölfel [et al.] // 2016 46th European Microwave Conference (EuMC). — London, UK, 2016. — P. 1239—1242.
113. *Zhou, W.* High Definition, Low Delay, SDR-Based Video Transmission in UAV Applications / W. Zhou // Analog Dialogue. — 2017. — Vol. 51, no. 1. — P. 4—8.

114. Rapid Prototyping and Validation of FS-FBMC Dynamic Spectrum Radio With Simulink and ZynqSDR / K. W. Barlee [et al.] // IEEE Open Journal of the Communications Society. — 2021. — Vol. 2. — P. 113—131.
115. *Quaiyum, F.* Non-Contact Human Motion Sensing Using Radar Techniques : A thesis ... Doctor of Philosophy / F. Quaiyum. — Knoxville, TN, 2019. — 182 p.
116. ZED-F9P module [Электронный ресурс] / u-blox. — URL: <https://www.u-blox.com/en/product/zed-f9p-module> (visited on 10/29/2024).
117. *Robustelli, U.* Low-Cost GNSS and PPP-RTK: Investigating the Capabilities of the u-blox ZED-F9P Module / U. Robustelli, M. Cutugno, G. Pugliano // Sensors. — 2023. — Vol. 23, no. 13. — P. 6074.
118. *Janos, D.* Evaluation of low-cost RTK GNSS receiver in motion under demanding conditions / D. Janos, P. Kuras, Ł. Ortyl // Measurement. — 2022. — Vol. 201. — P. 111647.
119. *Yun, S.* Experimental Analysis of GPS L2C Signal Quality under Various Observational Conditions / S. Yun, H. Lee // International Journal of Geoinformatics. — 2022. — Vol. 18, no. 3. — P. 21—37.
120. The Efficiency of Geodetic and Low-Cost GNSS Devices in Urban Kinematic Terrestrial Positioning in Terms of the Trajectory Generated by MMS / F. Viler [et al.] // Remote Sensing. — 2023. — Vol. 15, no. 4. — P. 957.
121. Low-Cost GNSS and Real-Time PPP: Assessing the Precision of the u-blox ZED-F9P for Kinematic Monitoring Applications / R. Hohensinn [et al.] // Remote Sensing. — 2022. — Vol. 14, no. 20. — P. 5100.
122. Capacities of TEC measurements by the low-cost GNSS receiver based on the u-blox ZED-F9P for ionospheric research / D. A. Kogogin [et al.] // Journal of Physics: Conference Series. — 2021. — Vol. 1991. — P. 012020.

123. Vivado Overview [Электронный ресурс] / AMD. — URL: <https://www.amd.com/en/products/software/adaptive-socs-and-fpgas/vivado.html> (visited on 10/29/2024).
124. Zynq Ultrascale+ RFSocCs [Электронный ресурс] / AMD. — URL: <https://www.amd.com/en/products/adaptive-socs-and-fpgas/soc/zynq-ultrascale-plus-rfsoc.html> (visited on 10/29/2024).
125. Современный эксперимент: подготовка, проведение, анализ результатов / В. Г. Блохин [и др.] ; под ред. О. П. Глудкина. — М. : Радио и связь, 1997. — 232 с.

Список рисунков

1.1	Значения позиционного геометрического фактора PDOP системы ГЛОНАСС по земной поверхности при угле места не менее 5° по состоянию на 18:07 (московское время) 19 января 2025 года. Источник изображения: [7].	20
1.2	Схема ПОС	46
1.3	Схема ПВОС	49
1.4	Схема пространственной обработки в частотной области	50
1.5	Зависимости вероятности $P_{\text{ОШ}}$ побитовой ошибки от ОСШ для различных видов фазовой модуляции.	52
1.6	Граница Шеннона.	55
2.1	Схема обстановки для проведения экспериментов. Обозначения: 1 — АР, установленная в БЭК; 2 — антенна, принимающая спутниковый сигнал на крыше здания; 3 — антенна, передающая спутниковый сигнал в БЭК; 4 — устройство для излучения помех; 5 — антенны, излучающие помехи; 6 — устройство для записи сигнала с АР; 7 — ЭВМ, осуществляющая ЦОС.	80
2.2	Схема ЦОС с разными алгоритмами обращения.	86
2.3	Значения КП, полученные в различных экспериментах с линейной АР.	87
2.4	Значения C/N_0 , полученные в различных экспериментах с линейной АР.	87
2.5	Время работы алгоритмов обращения, полученное в различных экспериментах с линейной АР.	88
2.6	Значения амплитуды сигнала после обработки, полученные в различных экспериментах с разными видами АР.	89
2.7	Значения КП, полученные в различных экспериментах с кольцевой АР.	89
2.8	Значения C/N_0 , полученные в различных экспериментах с кольцевой АР.	90

2.9	Время работы алгоритмов обращения, полученное в различных экспериментах с кольцевой АР.	90
2.10	Количество операций, выполняемых алгоритмами обращения в различных экспериментах.	91
2.11	Выраженный в процентах выигрыш по количеству операций при использовании предложенного алгоритма по сравнению с другими рассмотренными (БПФ и ВТ) в различных экспериментах.	92
3.1	Время работы алгоритмов фильтрации, полученное в экспериментах с различным количеством помех.	117
3.2	Время работы алгоритмов оптимизации, полученное в экспериментах с различным количеством помех.	118
3.3	Значения КП, полученные в экспериментах с различным количеством помех.	118
3.4	Значения C/N_0 , полученные в экспериментах с различным количеством помех.	119
3.5	Выраженные в процентах доли правильных (зелёный) и неправильных (красный) определений количества источников помех различными алгоритмами.	119
3.6	Выраженные в процентах доли правильных определений количества источников помех различными алгоритмами с разбиением по истинному количеству помех.	121
3.7	Направления на источники помех, полученные различными алгоритмами в эксперименте с двумя помехами.	121
3.8	Направления на источники помех, полученные различными алгоритмами в эксперименте с тремя помехами.	122
3.9	Средние абсолютные ошибки определения различными алгоритмами азимутального и угломестного направлений в различных экспериментах.	122
3.10	Схема полного алгоритма ПОС в частотной области.	126

4.1	Структурная схема машинных экспериментов.	134
4.2	Значения КП, полученные в машинных экспериментах с различным количеством помех.	137
4.3	Значения ОСШ, полученные в машинных экспериментах с различным количеством помех.	137
4.4	Схема реализации АПК и АР.	144
4.5	Использование алгоритмом фильтрации различных ресурсов ПЛИС в процентах.	146
4.6	Фотография собранного устройства обработки сигналов.	146
4.7	Схема установки для проведения натурных экспериментов. Обозначения: 1 — АР, 2 — АПК, 3 — ПТ, 4 — излучающие антенны. . .	148
4.8	Значения КП, полученные при испытаниях АПК для различных спутниковых сигналов.	149
4.9	Значения ОСШ, полученные при испытаниях АПК для различных спутниковых сигналов.	150
4.10	Сравнение значений ОСШ, полученных в разных экспериментах, проведённых в рамках данного исследования.	152
4.11	Сравнение значений КП, полученных в разных экспериментах, проведённых в рамках данного исследования.	154
A.1	Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ №2024668269 «Моделирование пространственной обработки спутниковых навигационных сигналов в среде MATLAB с аппроксимацией выборочных корреляционных матриц»	182
A.2	Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ №2024668095 «Моделирование пространственно-частотной обработки спутниковых навигационных сигналов в среде MATLAB»	183
Б.1	Акт об использовании результатов диссертационной работы в АО «ЭЛАРА»	184

Б.2	Акт об внедрении результатов диссертационной работы в СПбГУТ им. М. А. Бонч-Бруевича	185
-----	---	-----

Список таблиц

1	Схема выполнения алгоритма обращения с БПФ.	70
2	Схема выполнения алгоритма ВТ.	74
3	Схема выполнения разработанного алгоритма обращения.	77
4	Результаты экспериментов с линейной АР.	86
5	Результаты экспериментов с кольцевой АР.	88
6	Количество операций, выполняемых алгоритмами обращения в различных экспериментах.	91
7	Схема выполнения посекционной обработки в частотной области. . .	97
8	Результаты экспериментов по обработке в частотной области. . . .	117
9	Результаты определения количества помех.	120
10	Результаты определения направлений на помехи.	120
11	Схема выполнения алгоритма ПВОС с накоплением матриц.	133
12	Результаты машинных экспериментов.	136
13	Использование алгоритмом фильтрации различных ресурсов ПЛИС.	145
14	Результаты натурных экспериментов.	149
15	Сравнение значений ОСШ, полученных в разных экспериментах, проведённых в рамках данного исследования.	152
16	Сравнение значений КП, полученных в разных экспериментах, проведённых в рамках данного исследования.	153

Приложение А

Свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ



Рисунок А.1 — Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ №2024668269
«Моделирование пространственной обработки спутниковых навигационных сиг-
налов в среде MATLAB с аппроксимацией выборочных корреляционных мат-
риц»



Рисунок А.2 — Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ №2024668095
«Моделирование пространственно-частотной обработки спутниковых навига-
ционных сигналов в среде MATLAB»

Приложение Б

Акты о внедрении результатов диссертационного исследования

УТВЕРЖДАЮ



Главный конструктор по спецтехнике –
начальник СКТБ

А.А. Батуринец

11 2024 г.

АКТ

об использовании результатов диссертационной работы Царика В.И. «Разработка алгоритмов пространственной обработки спутниковых навигационных сигналов в глобальных навигационных системах» в АО «ЭЛАРА»

Настоящий акт составлен в том, что в период с 2021 по 2023 г. в АО «ЭЛАРА» в рамках опытно-конструкторских работ по разработке блока электронного подавления помех навигационной аппаратуры использованы следующие результаты, полученные Цариком В. И. в его диссертационной работе, представленной на соискание ученой степени кандидата технических наук:

- 1) результаты по разработке имитационных моделей помехозащищенных спутниковых навигационных систем;
- 2) результаты по разработке методов повышения помехоустойчивости спутниковых навигационных систем путём пространственной и пространственно-временной обработки сигналов.

Внедрение результатов диссертационной работы Царика В. И. при проектировании помехозащищенной радиотехнической системы спутниковой навигации обеспечило достижение энергетического выигрыша при сигнальной обработке по сравнению с известными вариантами реализации.

Также материалы диссертации Царика В. И. использованы при проведении аналитических системных исследований по оценке состояния и перспектив развития помехозащищенной аппаратуры спутниковой навигации.

Результаты диссертации Царика В. И. представляют интерес и являются полезными при разработке перспективных средств спутниковой радионавигации.

Заместитель начальника СКТБ -

главный конструктор ТН-2

А.В. Архипов

Рисунок Б.1 — Акт об использовании результатов диссертационной работы в
АО «ЭЛАРА»

МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ,
СВЯЗИ И МАССОВЫХ КОММУНИКАЦИЙ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ
ИМ. ПРОФ. М.А. БОНЧ-БРУЕВИЧА»
(СПбГУТ)

Юридический адрес: набережная реки Мойки,
д. 61, литера А, Санкт-Петербург, 191186

Почтовый адрес: пр. Большевиков, д. 22, корп. 1,
Санкт-Петербург, 193232
Тел.(812) 3263156, Факс: (812) 3263159
<http://sut.ru>
E-mail: rector@sut.ru
ОКПО 01179934 ОГРН 1027809197635
ИНН 7808004760 КПП 784001001
ОКТМО 40909000

23.12.2024 № 11/54
на № _____ от _____

УТВЕРЖДАЮ

И.О. проректора по научной работе
доктор технических наук, доцент



А.В. Рабин

АКТ

о внедрении результатов научных исследований
Владимира Игоревича Царика

Комиссия в составе декана факультета радиоэлектронных систем и робототехники к.т.н., доцента Владыко А.Г., заведующего кафедрой радиотехники к.ф.-м.н., доцента Коровина К.О. и профессора кафедры радиотехники, ответственного исполнителя НИР «РАСТР» Глушанкова Е.И. составила настоящий акт в том, что следующие научные результаты исследований:

1. Разработка программ для проведения экспериментов и моделей для исследования адаптивных антенн в перспективном диапазоне частот;
2. Проведение натурных экспериментов с макетным образцом адаптивной восьмизадающей цифровой антенной решетки;

использованы в отчетах по V (Регистрационный номер 222101200013-0), VI (Регистрационный номер 222122700045-1), VIII (Регистрационный номер 223121900011-6) и IX (Регистрационный номер 224011600282-6) этапов научно-исследовательской работы «Исследование и отработка современных технологий проектирования адаптивных («умных») антенн и поиска решений для систем связи будущего», выполненной в рамках государственного контракта № ПЗ3-1-26/7 от 26.02.2021 г. (шифр «РАСТР»).

Декан факультета РСР
к.т.н., доцент

Владыко А.Г.

Зав. каф. РТ
к.ф.-м.н., доцент

Коровин К.О.

Профессор каф. РТ
Отв. исполнитель НИР «РАСТР»
д.т.н., профессор

Глушанков Е.И.